



MATHÉMATIQUES

Première Préparatoire - Deuxième Semestre 2025 - 2026

Livre de l'élève

Préparé par

M. Osama Zaid Sharif

Prof. Dr.
Samar Abdel Fattah Lasheen

Ass. Prof. Dr.
Amal El-Shahat Hafez

M. Magdy Abdel Fattah El-Safty

M. Ibrahim Abdel Latif El-Saghir

M. Bassem Magdy Roushdy

M. Islam Mohamed Ibrahim

M. Sameh Labib Attia

Nom: _____

Classe: _____

École: _____

Présentation

Dans le cadre du développement continu du système éducatif et afin de compléter le système de développement initié depuis la maternelle jusqu'à la fin du secondaire, conformément à la vision de l'Égypte (2030) et au plan du ministère pour le développement de l'éducation, ce manuel a été préparé pour poursuivre le processus de développement des programmes d'enseignement au cycle préparatoire, afin d'initier un tournant qualitatif dans la manière de préparer les élèves égyptiens à relever les défis de l'avenir.

Nous sommes heureux de présenter ce manuel de mathématiques destiné à la première année du cycle préparatoire pour le deuxième semestre, qui comprend un ensemble de tâches et de performances permettant aux élèves de résoudre les problèmes mathématiques, contribuant ainsi à la réalisation des objectifs éducatifs pour faire face aux défis du 21^e siècle, marqué par une révolution accélérée dans les domaines de l'information et des technologies de communication.

Le programme actuel vise à initier un tournant qualitatif dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Il aspire également à fournir un moyen pratique pour atteindre les objectifs éducatifs en intégrant les étapes suivantes:

- Assurer le rôle actif de l'élève dans le processus d'apprentissage.
- Intégrer dans le programme les connaissances, les compétences, les valeurs et les tendances positives nécessaires à l'apprentissage et à la citoyenneté bonne, au travail productif et à la participation active à la réalisation des programmes de développement durable.
- Intégrer dans le programme les tendances positives modernes dans l'élaboration des programmes, telles que les compétences de réflexion, les compétences en résolution de problèmes, les compétences d'apprentissage autonome, l'apprentissage coopératif et la bonne communication avec les sources de connaissance.
- Développer les compétences de performance en mettant l'accent sur l'apprentissage autonome et le travail coopératif.
- Assurer l'intégration entre les mathématiques et les autres matières enseignées aux différents niveaux scolaires.
- Offrir aux élèves la possibilité de choisir des activités adaptées à leurs capacités, leurs inclinations et leurs besoins.

Nous demandons à Allah Tout-Puissant que ce manuel soit bénéfique et qu'il fasse partie d'un grand effort national et continu pour élever l'Égypte parmi les pays développés, garantissant un avenir prometteur pour tous ses élèves. Nous vous souhaitons également une année scolaire pleine de réussite et d'excellence.

Dieu est le Donateur du succès
L'équipe des auteurs

Table des matières

Première Préparatoire - Deuxième Semestre



Les puissances, les exposants et les racines

1-1 Les puissances et les exposants	2
1-2 La notation scientifique	8
1-3 Les racines carrées et les racines cubiques	13



L'algèbre

2-1 Les inéquations	21
2-2 Multiplication d'un terme algébrique par un terme algébrique ou une expression algébrique	27
2-3 Multiplication des expressions algébriques	32
2-4 Division d'un terme algébrique ou d'une expression algébrique par un terme algébrique	38
2-5 Division des expressions algébriques	43



La géométrie et la mesure

3-1 Les aires	50
3-2 Les constructions géométriques	56
3-3 Les transformations géométriques	61
3-4 Composition des transformations géométriques	69



Les probabilités

4-1 L'expérience aléatoire - L'espace des éventualités - Les événements	76
4-2 La probabilité théorique et la probabilité expérimentale	82

UNITÉ 1

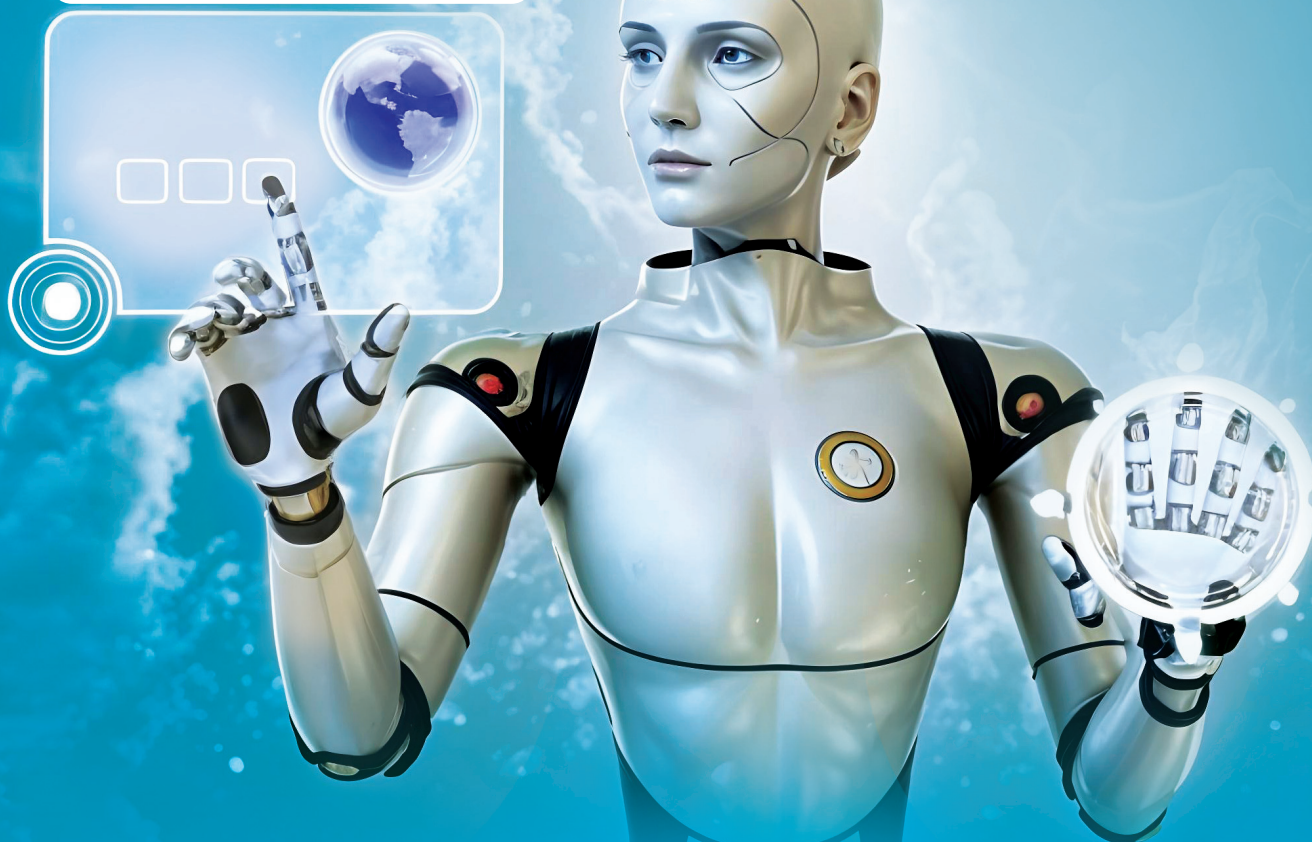
Les puissances, les exposants et les racines

Leçons de l'unité

1-1 Les puissances et les exposants

1-2 La notation scientifique

1-3 Les racines carrées et les racines cubiques



L'intelligence artificielle (IA) est utilisée pour développer des applications interactives visant à améliorer les processus d'enseignement et d'apprentissage.

► **Peut-on développer des mécanismes d'intelligence artificielle (IA) pour effectuer des opérations mathématiques complexes impliquant des exposants et des racines?**

Les enjeux et les compétences de vie

- La communication mathématique
- La compréhension mathématique
- La technologie de l'information
- La pensée créative
- La pensée critique

Les valeurs

- Le respect
- La responsabilité
- La persévérance
- L'appartenance
- La justice

Leçon 1-1

Les puissances et les exposants



■ Résultats d'apprentissage

- Comprendre le concept de la multiplication répétée et la forme exponentielle.
- Distinguer entre le concept de puissance et d'exposant.
- Appliquer les lois des exposants pour résoudre des exercices.
- Utiliser les lois des exposants pour simplifier des expressions mathématiques.
- Utiliser les exposants positifs, négatifs et nuls pour résoudre des exercices.

■ Vocabulaire

- La multiplication répétée
- Exposant
- Puissance
- Base

■ Réfléchis avec tes collègues

- Est-ce que $2^5 = 5^2$?
- Est-ce que $2^5 = 2 \times 5$?

Remarque que:

$$2^5 = 32$$

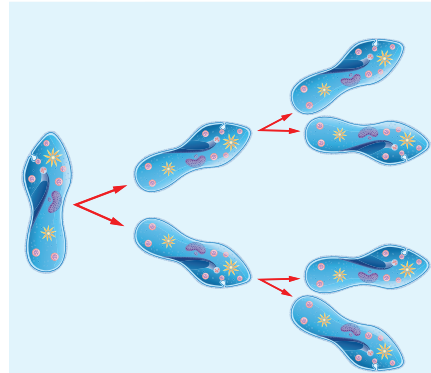
2^5 est l'expression exponentielle du nombre 32

Sois prêt!



L'euglène est un organisme unicellulaire, qui se reproduit par fission, formant lors de la première fission deux cellules, qui à leur tour forment 4 cellules lors de la deuxième fission et ainsi de suite. Quel est le nombre de cellules résultantes après 8 fissions?

Dans cette leçon, tu apprendras le concept d'exposant et comment calculer les puissances d'un nombre, ainsi qu'à utiliser les lois des exposants pour résoudre des exercices; ce qui te permettra de résoudre ce type de problèmes.



La première et la deuxième fission chez l'euglène

Réfléchis et discute!



Quelle est la valeur de $2^7 \times 2^5$?

Marwan, Mariam et Mohamed ont répondu à la question précédente et leurs réponses étaient les suivantes:

Marwan

$$2^7 \times 2^5 = 4^{35}$$

Mariam

$$2^7 \times 2^5 = 2^{35}$$

Mohamed

$$2^7 \times 2^5 = 2^{12}$$

Lequel d'entre eux a donné la bonne réponse? Discute.

Apprends!



La multiplication répétée et l'expression exponentielle

Le résultat de la multiplication des facteurs répétés peut être exprimé par des puissances ou sous forme exponentielle, c'est-à-dire en utilisant un exposant et une base.

Exemple:

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$$

L'exposant indique combien de fois la base est utilisée comme facteur.

Facteur répété 5 fois

La base est le facteur répété

2^5 se lit "2 élevé à l'exposant 5" ou "2 exposant 5", et signifie "2 multiplié par lui-même 5 fois"

En général

Si n est un nombre entier positif, alors pour tout nombre a : $a \times a \times a \times \dots \times a = a^n$

facteur répété n fois

■ Auto-évaluation ①

Écris chacun de ce qui suit en utilisant les exposants.

- ① $(-7) \times (-7) \times (-7)$
- ② $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$
- ③ $5 \times b \times b \times 5 \times b$

■ Auto-évaluation ②

Écris chacun de ce qui suit sous forme exponentielle avec une base qui est un nombre premier:

- ① 81
- ② 216

■ Auto-évaluation ③

Si $x = -3$ et $y = 4$, trouve la valeur numérique de chacun de ce qui suit:

- ① x^y
- ② $-y^2$
- ③ $(-x)^3$
- ④ $x^2 + y^2$
- ⑤ $(x + y)^2$

■ Pensée critique

Si a est un nombre entier non nul,
est-ce que $(-a)^2 = -a^2$?
Et quand cette affirmation est-elle vraie?

Exemple 1

Écris chacun de ce qui suit en utilisant les exposants:

- ① $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
- ② $(-x) \times (-x) \times (-x) \times (-x)$
- ③ $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$
- ④ $3 \times 3 \times a \times a \times a \times 3 \times 3$

- ✓ ① $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^7$
- ② $(-x) \times (-x) \times (-x) \times (-x) = (-x)^4$
- ③ $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^5$
- ④ $3 \times 3 \times a \times a \times a \times 3 \times 3 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times a \times a \times a = 3^4 \times a^3$

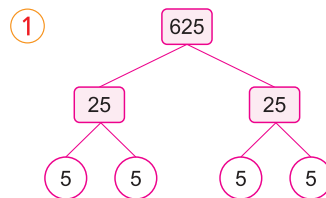
Exemple 2

Écris chacun de ce qui suit sous forme exponentielle avec une base qui est un nombre premier:

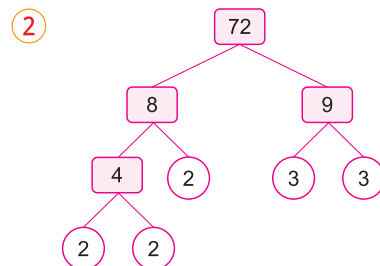
① 625

② 72

✓ Décompose chaque nombre en ses facteurs premiers comme suit:



$$625 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$$



$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$$

Exemple 3

Si $a = 2$ et $b = -5$, trouve la valeur numérique de chacun de ce qui suit:

- ① $3b^2$
- ② $(3b)^2$
- ③ $a^3 + b^3$
- ④ $(a + b)^3$

- ✓ ① $3b^2 = 3 \times (-5)^2 = 3 \times 25 = 75$
- ② $(3b)^2 = (3 \times (-5))^2 = (-15)^2 = 225$
- ③ $a^3 + b^3 = 2^3 + (-5)^3 = 8 + (-125) = -117$
- ④ $(a + b)^3 = (2 + (-5))^3 = (-3)^3 = -27$

■ Technologie

Tu peux utiliser la calculatrice pour effectuer les opérations mathématiques afin de vérifier l'exactitude de tes réponses.

L'exposant pair et l'exposant impair pour une base négative

Remarque que: $\bullet (-5)^2 = (-5) \times (-5) = 25 > 0$
 $\bullet (-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125 < 0$

En général

- Lorsque la base est un nombre négatif et que l'exposant est un nombre pair, le résultat est un nombre positif.
- Lorsque la base est un nombre négatif et que l'exposant est un nombre impair, le résultat est un nombre négatif.

■ Pense et discute

- 1 Éslam a écrit que $5^2 \times 5^3 = 25^5$
Est-ce que ce qu'a écrit Éslam est correct? Discute.
- 2 Ahmed a écrit que $5^2 \times 5^3 = 5^5$
Est-ce que ce qu'a écrit Ahmed est correct? Discute.
- 3 Samar a écrit que $5^2 \times 5^3 = 5^6$
Est-ce que ce qu'a écrit Samar est correct? Discute.
- 4 Amal a écrit que $5^2 \times 5^3 = 25^6$
Est-ce que ce qu'a écrit Amal est correct? Discute.

■ Pense et discute

- 1 Magdi a écrit que $\frac{3^8}{3^2} = 1^6$
Est-ce que ce qu'a écrit Magdi est correct? Discute.
- 2 Ibrahim a écrit que $\frac{3^8}{3^2} = 3^4$
Est-ce que ce qu'a écrit Ibrahim est correct? Discute.
- 3 Bassem a écrit que $\frac{3^8}{3^2} = 3^6$
Est-ce que ce qu'a écrit Bassem est correct? Discute.

■ Auto-évaluation ④

Trouve sous la forme la plus simple le résultat de chacun de ce qui suit:

- 1 $\frac{7^8 \times 7^3 \times 7}{7^{10}}$
- 2 $\frac{(-4)^2 \times 4^8}{(-4) \times (-4)^6}$
- 3 $\frac{2^5 \times 7^4 \times 10^7}{2^3 \times 10^5 \times 7^3}$

Multiplication et division des puissances ayant la même base

Premièrement La loi de multiplication

$$2^3 \times 2^4 = \underbrace{(2 \times 2 \times 2)}_{3 \text{ Facteurs}} \times \underbrace{(2 \times 2 \times 2 \times 2)}_{4 \text{ Facteurs}} = \underbrace{(2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)}_{7 \text{ Facteurs}} = 2^7$$

Pour multiplier des puissances ayant la même base, nous conservons la base et additionnons les exposants.

En général

Pour tout nombre rationnel a et deux entiers n et m , nous avons:

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

Par exemple: $3^3 \times 3^2 = 3^{3+2} = 3^5$ • $(-2)^7 \times (-2) = (-2)^{7+1} = (-2)^8$

Généralisation:

La loi de multiplication peut être généralisée à plus de deux puissances ayant la même base.

Par exemple: $10^2 \times 10^3 \times 10 = 10^{2+3+1} = 10^6$

Deuxièmement La loi de division

$$\frac{2^7}{2^4} = \frac{\overbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}^{7 \text{ Facteurs}}}{\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2}_{4 \text{ Facteurs}}} = \overbrace{2 \times 2 \times 2}^{3 \text{ Facteurs}} = 2^3$$

Pour diviser des puissances ayant la même base, nous conservons la base et soustrayons les exposants

En général

Pour tout nombre rationnel a qui n'est pas égal à zéro et deux entiers n et m , nous avons:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Par exemple: $\frac{3^5}{3^3} = 3^{5-3} = 3^2$ • $\left(\frac{1}{2}\right)^8 : \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \left(\frac{1}{2}\right)^{8-6} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$

Exemple ④

Trouve sous la forme la plus simple le résultat de chacun de ce qui suit:

- 1 $\frac{6^7 \times 6^2}{6^3 \times 6^5}$
- 2 $\frac{(-2)^7 \times 3^6}{(-2)^5 \times 3^4}$
- 3 $\frac{(-a)^4 \times a^6}{(-a)^5 \times (-a)^3}$



$$\textcircled{1} \frac{6^7 \times 6^2}{6^3 \times 6^5} = \frac{6^{7+2}}{6^{3+5}} = \frac{6^9}{6^8} = 6^{9-8} = 6^1 = 6$$

■ Autre solution

$$\frac{6^7 \times 6^2}{6^3 \times 6^5} = 6^{7+2-3-5} = 6^1 = 6$$

■ Auto-évaluation ⑤

Si tu sais qu'un téraoctet équivaut au produit d'un kilooctet par un gigaoctet, chacun étant mesuré en octets.

Combien d'octets contient un téraoctet?

■ Diversité des stratégies

Si $a \neq 0$

Alors, selon la loi de multiplication des puissances, nous trouvons que:

① $a^n \times a^0 = a^{n+0} = a^n$
On peut donc déduire que a^0 est le nombre neutre pour la multiplication, c'est-à-dire que: $a^0 = 1$

② $a^n \times a^{-n} = a^{n-n} = a^0 = 1$
C'est-à-dire que: a^n et a^{-n} , chacun est l'inverse de l'autre.

Ainsi: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

■ Pensée critique

① Est-ce que l'expression $5^2 \times 5^{-3}$ est équivalente à l'expression $5^3 \times 5^{-2}$?

② Indique la différence entre: $(-5)^2$ et 5^{-2}

✓ ② $\frac{(-2)^7 \times 3^6}{(-2)^5 \times 3^4} = (-2)^{7-5} \times 3^{6-4} = (-2)^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$

③ $\frac{(-a)^4 \times a^6}{(-a)^5 \times (-a)^3} = \frac{a^4 \times a^6}{-a^5 \times -a^3} = \frac{a^4 \times a^6}{a^5 \times a^3} = \frac{a^{4+6}}{a^{5+3}} = \frac{a^{10}}{a^8} = a^{10-8} = a^2$

Exemple ⑤

Technologie: Dans le domaine de la technologie informatique, l'unité d'octet est l'une des unités utilisées pour mesurer la taille des fichiers, si tu sais qu'un kilooctet équivaut à 2^{10} octets et qu'un gigaoctet équivaut à 2^{30} octets, **combien de kilooctets contient 1 gigaoctet?**

✓ gigaoctet = $\frac{2^{30}}{2^{10}}$ kilooctets
 $= 2^{30-10}$ kilooctets
 $= 2^{20}$ kilooctets



L'exposant zéro et les exposants entiers négatifs

2^3	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}
8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

:2 :2 :2 :2 :2 :2

En observant le modèle dans le tableau précédent, nous constatons que:

$$2^0 = 1$$

$$2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$2^{-2} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2}$$

$$2^{-3} = \frac{1}{8} = \frac{1}{2^3}$$

En général

① Tout nombre qui n'est pas égal à zéro, élevé à l'exposant zéro, est égal à 1. C'est-à-dire que: pour tout nombre $a \neq 0$, $a^0 = 1$

Par exemple: $3^0 = 1$, $\left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1$, $(-2)^0 = 1$, $\left(-\frac{1}{4}\right)^0 = 1$

② Tout nombre qui n'est pas égal à zéro, élevé à l'exposant $(-n)$, est égal à l'inverse multiplicatif du même nombre élevé à l'exposant n .

C'est-à-dire que: pour tout nombre $a \neq 0$, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Par exemple: $5^{-2} = \frac{1}{5^2}$, $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^3$, $\left(\frac{3}{7}\right)^{-1} = \frac{7}{3}$

En notant que la division par zéro n'a pas de sens, il est donc requis que lors de la présence de symboles au dénominateur, ces symboles ne soient pas égaux à zéro.

■ Auto-évaluation ⑥

Simplifie chacune des expressions suivantes à la forme la plus simple:

① $\frac{x \times x^{-2}}{x^{-3}}$

② $\frac{3^0 \times 3^{-1} \times 3^2}{3^{-2}}$

Exemple ⑥

Simplifie chacune des expressions suivantes à la forme la plus simple:

① $\frac{2^5 \times 2^{-2}}{2^3 \times 2^{-4}}$

② $\frac{x^{-6} \times x^{-2}}{x^{-3} \times x^{-4}}$



① $\frac{2^5 \times 2^{-2}}{2^3 \times 2^{-4}} = \frac{2^{5-2}}{2^{3-4}} = \frac{2^3}{2^{-1}} = 2^{3-(-1)} = 2^4 = 16$

② $\frac{x^{-6} \times x^{-2}}{x^{-3} \times x^{-4}} = \frac{x^{-6+(-2)}}{x^{-3+(-4)}} = \frac{x^{-8}}{x^{-7}} = x^{-8-(-7)} = x^{-8+7} = x^{-1} = \frac{1}{x}$

Évaluation de la leçon



Premièrement

Mesurer les concepts



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

① Laquelle des expressions suivantes est égale à $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$?

(a) 3×7 (b) 7^3 (c) 3^7 (d) $3 + 7$

③ Laquelle des expressions suivantes est égale à -3^4 ?

(a) -12 (b) -7 (c) 81 (d) -81

⑤ Laquelle des expressions suivantes est égale à $a^{-1} \times a^3$?

(a) a^2 (b) a^4 (c) $\frac{1}{a^2}$ (d) $\frac{1}{a^3}$

⑦ Si $2^{-5} \times a = 1$, quelle est la valeur de a ?

(a) 5^2 (b) 2^5 (c) 2^{-5} (d) 5^{-2}

⑨ Laquelle des expressions suivantes représente l'expression $\frac{y^{-2}}{y^{-6}}$ sous la forme la plus simple?

(a) y^4 (b) $\frac{1}{y^4}$ (c) y^8 (d) $\frac{1}{y^8}$

② Laquelle des expressions suivantes est égale à $(-2)^3$?

(a) -6 (b) 6 (c) 8 (d) -8

④ Laquelle des expressions suivantes est égale à 2^{-4} ?

(a) -16 (b) 16 (c) $\frac{1}{8}$ (d) $\frac{1}{16}$

⑥ Si $2^4 \times a = 2^{20}$, quelle est la valeur de a ?

(a) 2^{24} (b) 2^{16} (c) 2^5 (d) 2

⑧ Laquelle des expressions suivantes est l'opposé du nombre 4^{-3} ?

(a) $(-4)^3$ (b) $(-4)^{-3}$ (c) 4^3 (d) 4^{-3}

⑩ $5a^0 - (5a)^0 = \dots\dots\dots$

(a) 0 (b) 4 (c) 5 (d) 10

Deuxièmement

Appliquer les concepts scientifiques



► Trouve la valeur numérique de chacune des expressions suivantes pour les valeurs données:

⑪ $(-b)^a$ pour $a = 3$ et $b = -5$

⑫ $a^2 \times b^{-2}$ pour $a = 5$ et $b = -3$

⑬ $a(b - c^d)$ pour $a = 2$, $b = 3$, $c = 6$ et $d = 3$

► Écris chacune des expressions suivantes en utilisant des exposants positifs: ⑭ 8^{-4}

⑮ $\frac{1}{10^{-4}}$

► Mets chacune des expressions suivantes sous la forme la plus simple:

⑯ $\frac{x^7 \times x^{11}}{x^3 \times x^5}$

⑰ $\frac{(-4)^4 \times (-4)^3 \times 4^2}{(-4)^6 \times (-4)^5}$

⑱ $\frac{-3 \times 5^{-3} \times 2^5}{2^3 \times 3^{-1} \times 5^{-4}}$

⑲ $\frac{a^{-1} \times a^2 \times a^{-3}}{a^4 \times a^{-7}}$

► En utilisant les facteurs premiers et les exposants, écris chacun des deux nombres suivants:

⑳ 125

㉑ 324

► Trouve les exposants manquants dans chacune des expressions suivantes:

㉒ $a^{\square} \times a^7 = a^9$

㉓ $\frac{b^{\square}}{b^4} = b^3$

㉔ $q^{-3} \times q^{\square} = 1$

㉕ $\frac{d^{-3}}{d^{\square}} = d$

► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

㉖ Laquelle des expressions suivantes est égale à $2^a + 2^a$?

- (a) 4^{2a} (b) 2^a (c) 2^{a+1} (d) 2^{2a}

㉗ Laquelle des expressions suivantes est égale à un tiers du nombre 3^x ?

- (a) 1^x (b) $\left(\frac{1}{3}\right)^x$ (c) 3^{x+1} (d) 3^{x-1}

Troisièmement

L'analyse et l'intégration des disciplines



㉘ **Statistiques:** Sans trouver les valeurs, trouve la valeur de la médiane pour les nombres: 2^0 ; 2^{-3} ; 2^{-1} ; 2^{-4} et 2^3

㉙ **Astronomie:** Si tu sais que la masse du soleil est d'environ 10^{27} tonnes, quelle serait la masse du soleil en kilogrammes? (écris le résultat sous forme exponentielle avec une base de 10)



Il est nécessaire d'augmenter la proportion d'énergie renouvelable et propre, comme l'énergie solaire, pour faire face au phénomène du réchauffement climatique.

Pensée créative



㉚ Écris les nombres 2; 0; 2 et 3 dans les cases dessinées pour obtenir la plus grande valeur possible pour l'expression numérique.

$$\square^{\square} \times \square^{\square}$$

㉛ Si a et b sont deux nombres entiers positifs et que $a^b = 81$, trouve la plus petite valeur de l'expression $a + b$.

Évalue ta compréhension

Quel est ton niveau de compréhension des puissances et des exposants?

Coche la case appropriée.



☐ ☐ ☐ ☐

Leçon 1 - 2

La notation scientifique



■ Résultats d'apprentissage

- Exprimer des nombres en utilisant la notation scientifique.
- Convertir un nombre de la forme standard à la forme scientifique et vice versa.
- Comparer et classer un ensemble de nombres en notation scientifique.
- Effectuer des opérations mathématiques sur des nombres en notation scientifique.

■ Vocabulaire

- La notation scientifique
- La forme standard

■ Réfléchis

Pourquoi chacun des nombres suivants n'est-il pas en notation scientifique?

- 1 64×10^5
- 2 $2,1 \times 10^{2,5}$
- 3 $0,82 \times 10^{-4}$

Sois prêt!

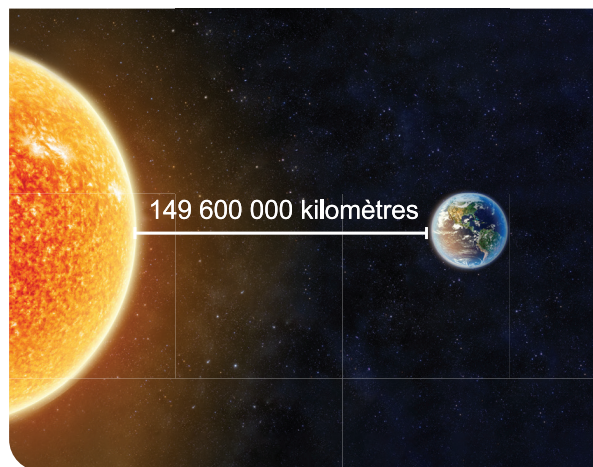


Osama et Moustapha voulaient connaître la distance entre la Terre et le Soleil.

Osama a trouvé dans un livre d'astronomie que la distance moyenne entre la Terre et le Soleil est de 149 600 000 kilomètres, tandis que Moustapha a découvert par le biais d'une application d'intelligence artificielle que la distance moyenne entre eux est de $1,496 \times 10^8$ kilomètres.

Ont-ils tous les deux trouvé le même résultat?

Dans cette leçon, tu apprendras à exprimer les nombres très grands ou très petits en notation scientifique et à effectuer des opérations sur eux, ce qui te permettra de résoudre ce type de problèmes.



Réfléchis et discute!



Lorsque tu saisis sur la calculatrice scientifique le nombre $\frac{3}{200\,000\,000}$, tu constates que le nombre apparaît à l'écran sous la forme $1,5 \times 10^{-8}$

Quel est l'avantage d'écrire les nombres sous cette forme qui est apparue à l'écran?



Apprends!



La notation scientifique

La notation scientifique est une méthode pour écrire les nombres très grands ou très petits, où le nombre est écrit comme le produit de deux facteurs, l'un ayant une valeur absolue supérieure ou égale à 1 et inférieure à 10, et l'autre étant une puissance entière de 10. Cela signifie que: le nombre est écrit sous sa forme scientifique comme suit:

$$a \times 10^n \text{ où } 1 \leq |a| < 10, n \in \mathbb{Z}$$

Par exemple:

Chacun des nombres suivants est écrit en notation scientifique.

$$\bullet 4,8 \times 10^9 \quad \bullet -2,56 \times 10^{-4} \quad \bullet 1 \times 10^{18}$$

■ Auto-évaluation ①

Écris chacun de ce qui suit sous forme scientifique:

- ① 192 000 000
- ② 0,00000164
- ③ 12 millions
- ④ 75×10^5

■ Réfléchis avec tes collègues

Quel est ton âge en minutes?
Écris le résultat sous forme scientifique.

■ Auto-évaluation ②

Écris chacun de ce qui suit sous forme standard:

- ① $5,8 \times 10^4$
- ② $7,2 \times 10^{-4}$

Écriture des nombres sous forme scientifique

Exemple 1

Écris chacun de ce qui suit sous forme scientifique:

- ① 4 650 000
- ② 0,00079
- ③ 571×10^9



① $4\ 650\ 000,0$

La virgule se déplace de 6 cases vers la gauche où ($1 \leq 4,65 < 10$), puis nous multiplions le résultat par 10^6

C'est-à-dire que,

$$4\ 650\ 000 = 4,65 \times 10^6$$

③ 571×10^9

La virgule se déplace de 2 cases vers la gauche, puis nous multiplions le résultat par 10^2

C'est-à-dire que,

$$571 \times 10^9 = 5,71 \times 10^2 \times 10^9 = 5,71 \times 10^{11}$$

② $0,00079$

La virgule se déplace de 4 cases vers la droite où ($1 \leq 7,9 < 10$), puis nous divisons le résultat par 10^4 (c'est-à-dire, nous multiplions par 10^{-4})

C'est-à-dire que,

$$0,00079 = 7,9 \times 10^{-4}$$

■ Technologie

Utilise la calculatrice scientifique pour écrire chacun des nombres précédents sous leur forme scientifique et vérifie l'exactitude des résultats.

Écriture des nombres sous forme standard

Pour convertir le nombre $a \times 10^n$ de la forme scientifique à la forme standard:

- Lorsque n est positif, déplace la virgule n des cases vers la droite.
- Lorsque n est négatif, déplace la virgule $|n|$ des cases vers la gauche.



Exemple 2

Écris chacun de ce qui suit sous forme standard:

- ① $2,4 \times 10^4$
- ② $8,95 \times 10^{-2}$



① Déplace la virgule de (4 cases) vers la droite car l'exposant est (4), après avoir ajouté des zéros à droite. $2,4 \times 10^4 = 24\ 000$

② Déplace la virgule de (2 cases) vers la gauche car l'exposant est (-2), après avoir ajouté des zéros à gauche. $8,95 \times 10^{-2} = 0,0895$

■ Auto-évaluation ③

Classe ce qui suit par ordre décroissant:

- 16×10^{-6}
- $1,5 \times 10^{-5}$
- $0,8 \times 10^{-5}$
- 14×10^{-4}

■ Information enrichissante

- Le système solaire contient huit planètes, la plus grande étant Jupiter et la plus petite étant Mercure.
- Utilise l'internet pour connaître les masses des autres planètes du système solaire et écris-les sous forme scientifique, puis classe-les toutes de la plus petite à la plus grande.

■ Auto-évaluation ④

Trouve le résultat de chacun de ce qui suit sous forme scientifique:

- ① $(5,2 \times 10^5) \times (5 \times 10^7)$
- ② $(4,5 \times 10^{11}) : (9 \times 10^8)$
- ③ $(9,7 \times 10^{-5}) + (1,27 \times 10^{-4})$
- ④ $(1,4 \times 10^{18}) - (1,04 \times 10^{19})$

Exemple 3

Astronomie:

Classe les masses des planètes suivantes par ordre croissant.

Planète	Mars	Terre	Mercure	Vénus
Masse en kilogrammes	$6,4 \times 10^{23}$	$5,97 \times 10^{24}$	$3,3 \times 10^{23}$	$4,87 \times 10^{24}$



Étape 1: Si les masses sont écrites sous forme scientifique, alors un exposant plus petit signifie que le nombre est plus petit et donc:

Mercure $3,3 \times 10^{23}$
Mars $6,4 \times 10^{23}$



Vénus $4,87 \times 10^{24}$
Terre $5,97 \times 10^{24}$

Étape 2: Lorsque les exposants sont égaux, $3,3 < 6,4$
 $3,3 \times 10^{23} < 6,4 \times 10^{23}$

Lorsque les exposants sont égaux, $4,87 < 5,97$
 $4,87 \times 10^{24} < 5,97 \times 10^{24}$

C'est-à-dire que, $3,3 \times 10^{23} < 6,4 \times 10^{23} < 4,87 \times 10^{24} < 5,97 \times 10^{24}$

Donc,

Masse de Mercure < masse de Mars < masse de Vénus < masse de la Terre

- Essaie de résoudre l'exemple d'une autre manière en unifiant les exposants.

Les opérations sur les nombres en forme scientifique

Écrire les nombres plus grands ou plus petits sous forme scientifique facilite les opérations mathématiques sur ceux-ci.

Exemple 4

Trouve le résultat de chacun de ce qui suit sous forme scientifique:

- ① $(2,5 \times 10^6) \times (6 \times 10^{12})$
- ② $(1,5 \times 10^{-7}) : (0,5 \times 10^{-5})$
- ③ $(2,1 \times 10^4) + (4,1 \times 10^5)$
- ④ $(3,21 \times 10^{13}) - (8,1 \times 10^{12})$



$$\textcircled{1} (2,5 \times 10^6) \times (6 \times 10^{12}) = (2,5 \times 6) \times (10^6 \times 10^{12}) \\ = 15 \times 10^{18} = 1,5 \times 10^{19}$$

$$\textcircled{2} \frac{1,5 \times 10^{-7}}{0,5 \times 10^{-5}} = \left(\frac{1,5}{0,5}\right) \times \left(\frac{10^{-7}}{10^{-5}}\right) = 3 \times 10^{-2}$$

■ Remarque que

Pour faciliter le processus d'addition ou de soustraction, unifie les exposants du nombre 10.

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad (2,1 \times 10^4) + (4,1 \times 10^5) &= (2,1 \times 10^4) \times (41 \times 10^4) \\ &= (2,1 + 41) \times 10^4 \text{ "La propriété de distribution"} \\ &= 43,1 \times 10^4 = 4,31 \times 10^5 \\ \textcircled{4} \quad (3,21 \times 10^{13}) - (8,1 \times 10^{12}) &= (32,1 \times 10^{12}) - (8,1 \times 10^{12}) \\ &= (32,1 - 8,1) \times 10^{12} \text{ "La propriété de distribution"} \\ &= 24 \times 10^{12} \\ &= 2,4 \times 10^{13} \end{aligned}$$



Activité collaborative

Collabore avec un de tes amis et utilise l'internet pour connaître les superficies des continents du monde en kilomètres carrés.

Écris ces superficies sous forme scientifique et demande à ton ami de les classer de la plus petite superficie à la plus grande superficie.



Évaluation de la leçon



Premièrement

Mesurer les concepts



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

- | | |
|---|--|
| <p>$\textcircled{1}$ Lequel des nombres suivants est écrit sous forme scientifique?</p> <p>(a) $1,5 \times 10^{4,5}$ (b) $31,5 \times 10^5$
(c) 15×10^5 (d) $3,15 \times 10^5$</p> <p>$\textcircled{3}$ Lequel de ce qui suit représente le nombre 8 millions sous forme scientifique?</p> <p>(a) 8×10^7 (b) 8×10^6
(c) 8×10^{-6} (d) 8×10^8</p> <p>$\textcircled{5}$ Si $6,3 \times 10^n = 0,00063$, quelle est la valeur de n?</p> <p>(a) -4 (b) -3
(c) 3 (d) 4</p> | <p>$\textcircled{2}$ Lequel des nombres suivants n'est pas sous forme scientifique?</p> <p>(a) $2,35 \times 10^7$ (b) $23,5 \times 10^6$
(c) $2,35 \times 10^{-7}$ (d) $3,5 \times 10^{-6}$</p> <p>$\textcircled{4}$ Lequel de ce qui suit est égal à 0,000073?</p> <p>(a) $7,3 \times 10^6$ (b) $7,3 \times 10^5$
(c) $7,3 \times 10^{-5}$ (d) $7,3 \times 10^{-6}$</p> <p>$\textcircled{6}$ Si le nombre $y \times 10^{-9}$ est écrit sous forme scientifique, laquelle des valeurs suivantes peut être la valeur de y?</p> <p>(a) 0,6 (b) 6
(c) 60 (d) 600</p> |
|---|--|

Deuxièmement

Appliquer les concepts scientifiques



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

- | | |
|--|--|
| <p>$\textcircled{7}$ Si $39 \times 10^{-8} = k \times 10^{-7}$, quelle est la valeur de k?</p> <p>(a) 39 (b) 3,9
(c) 0,39 (d) 0,039</p> | <p>$\textcircled{8}$ Si la vitesse de la lumière est de 300 000 km/s, quelle est la vitesse de la lumière en m/s?</p> <p>(a) 3×10^5 (b) 3×10^7
(c) 3×10^8 (d) 3×10^{10}</p> |
|--|--|

9 24 500 000 10 0,000049 11 9 millions 12 0,25 milliard 13 480×10^{12}

14 $5,4 \times 10^3$ 15 $4,32 \times 10^{-2}$ 16 $5,37 \times 10^5$

17 $(4,5 \times 10^7) \times (4 \times 10^8)$ 18 $(4,8 \times 10^{-7}) : (0,8 \times 10^5)$
19 $(9,8 \times 10^{-5}) + (4,9 \times 10^{-6})$ 20 $(2,4 \times 10^5) - (4,2 \times 10^4)$

21) $0,537 \times 10^{13}$, $6,9 \times 10^{12}$, 73×10^{11} 22) $0,37 \times 10^7$, $3,4 \times 10^6$, 4 300 000



A portrait of a middle-aged man with dark hair and a mustache, wearing a dark suit, white shirt, and patterned tie. He is smiling slightly. At the bottom of the page, there is a quote box with a light orange border and a white background, containing the text: "Avec la connaissance, les nations avancent." The quote box is flanked by two white, torn-edge paper-like shapes.



① Masse d'un atome d'hydrogène: 0,000000000000000000000000167
② Masse de la lune: 73 600 000 000 000 000 000 000



Océan	Indien	Pacifique	Antarctique	Arctique	Atlantique
Superficie en kilomètres carrés	$7,3 \times 10^7$	$1,69 \times 10^8$	$2,1 \times 10^7$	$1,4 \times 10^7$	$8,6 \times 10^7$

Leçon 1 - 3

Les racines carrées et les racines cubiques



■ Résultats d'apprentissage

- Comprendre le concept de racine carrée
- Comprendre le concept de racine cubique
- Trouver la racine carrée et la racine cubique des nombres

■ Vocabulaire

- La racine carrée
- La racine cubique
- Le carré parfait
- Le cube parfait

■ Remarque que

- Les carrés des nombres entiers: $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, \dots$ sont égaux à: 1; 4; 9; 16; 25; ... ce sont des carrés parfaits.
- Les cubes des nombres entiers: $1^3, 2^3, 3^3, 4^3, 5^3, \dots$ sont égaux à: 1; 8; 27; 64; 125; ... ce sont des cubes parfaits.

■ Pensée critique

Dans l'ensemble des nombres entiers, pourquoi n'y a-t-il pas de racine carrée d'un nombre négatif?

Sois prêt!



La Grande Pyramide ou Pyramide de Khéops est le seul vestige restant des Sept Merveilles du Monde, située dans la région des Pyramides de Gizeh en Égypte, classée parmi les sites du patrimoine mondial de l'UNESCO. La hauteur de la pyramide actuelle est d'environ 139 mètres et sa base a la forme d'un carré d'une superficie d'environ 52 900 mètres carrés.

Peux-tu trouver la longueur du côté de la base de la pyramide?

Dans cette leçon, tu apprendras comment trouver les racines carrées et les racines cubiques, ce qui te permettra de résoudre ce type de problèmes?

Réfléchis et discute!



- Considère le modèle suivant, puis trouve le nombre de petits carrés dans la figure (7) et si tu sais que le nombre de petits carrés dans une certaine figure est égal à 144, quel est le numéro de cette figure?



Figure (1)



Figure (2)



Figure (3)

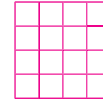


Figure (4)

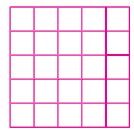


Figure (5)

- Considère le modèle suivant, puis trouve le nombre de petits cubes dans la figure (6) et si tu sais que le nombre de petits cubes dans une certaine figure est égal à 729, quel est le numéro de cette figure?



Figure (1)



Figure (2)

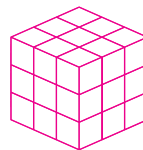


Figure (3)

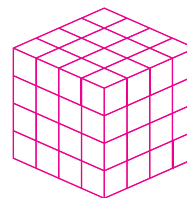


Figure (4)

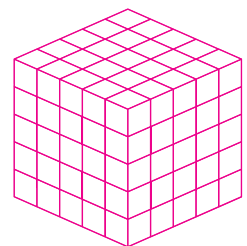


Figure (5)

Apprends!



La racine carrée d'un nombre carré parfait

La racine carrée du nombre carré parfait (a) est le nombre dont le carré est égal à (a).

Le nombre carré parfait a deux racines carrées, l'une est positive et l'autre est négative, chacune étant l'opposé de l'autre.

Par exemple: le nombre 25 a deux racines carrées qui sont: -5 et 5 car: $(5)^2 = 25$ et $(-5)^2 = 25$



La Grande Pyramide (Pyramide de Khéops)

■ Remarque que

① $\sqrt{0} = 0$

② $\sqrt{a^2} = |a|$

Par exemple:

$$\sqrt{(-7)^2} = |-7| = 7$$

③ $\sqrt{a^{2n}} = |a^n|$

où n est un nombre entier

Par exemple:

$$\sqrt{a^6} = |a^3|$$

$$\sqrt{a^4} = |a^2| = a^2$$

■ Auto-évaluation ①

Trouve chacun de ce qui suit:

① $\pm \sqrt{576}$

② $\sqrt{\left(\frac{-5}{8}\right)^2}$

③ $-\sqrt{11\frac{1}{9}}$

④ $\sqrt{15^2 - 9^2}$

Le symbole « $\sqrt{\quad}$ » indique la racine carrée positive d'un certain nombre.

Par exemple: • La racine carrée positive du nombre 4 est 2

et s'écrit: $\sqrt{4} = 2$

• La racine carrée négative du nombre 9 est -3 et s'écrit: $-\sqrt{9} = -3$

• Les racines carrées du nombre 64 sont -8 et 8 et s'écrivent: $\pm \sqrt{64} = \pm 8$

Exemple 1

Trouve chacun de ce qui suit sous la forme la plus simple:

① $\sqrt{196}$

② $-\sqrt{\frac{9}{16}}$

③ $\pm \sqrt{0,64}$

④ $\sqrt{6\frac{1}{4}}$

⑤ $\sqrt{\left(\frac{-3}{5}\right)^2}$

⑥ $\sqrt{100 - 36}$



① $196 = 2 \times 2 \times 7 \times 7$

$$\sqrt{196} = 2 \times 7 = 14$$

② $-\sqrt{\frac{9}{16}} = -\frac{3}{4}$

③ $\pm \sqrt{0,64} = \pm \sqrt{\frac{64}{100}} = \pm \frac{8}{10} = \pm \frac{4}{5}$

④ $\sqrt{6\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$

⑤ $\sqrt{\left(\frac{-3}{5}\right)^2} = \left|\frac{-3}{5}\right| = \frac{3}{5}$

⑥ $\sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$

$$\begin{array}{r} 196 \quad 2 \\ 98 \quad 2 \\ 49 \quad 7 \\ 7 \quad 7 \\ 1 \end{array}$$

■ Technologie

Tu peux utiliser la calculatrice pour vérifier tes réponses.

Résoudre les équations en utilisant la racine carrée

Si $X^2 = a$ où $a \geq 0$

alors $X = \pm \sqrt{a}$

Par exemple: si $X^2 = 36$

alors $X = \pm \sqrt{36} = \pm 6$

Exemple 2

Trouve la valeur de X dans chacun de ce qui suit :

① $X^2 + 1 = 65$

② $2X^2 - 5 = 13$



① $\therefore X^2 + 1 = 65$

$$\therefore X^2 = 65 - 1 = 64$$

$$\therefore X = \pm \sqrt{64} = \pm 8$$

② $\therefore 2X^2 - 5 = 13$

$$\therefore 2X^2 = 13 + 5 = 18$$

$$\therefore X^2 = \frac{18}{2} = 9$$

$$\therefore X = \pm \sqrt{9} = \pm 3$$

■ Auto-évaluation ②

Trouve la valeur de X dans chacun de ce qui suit:

① $X^2 - 1 = 8$

② $3X^2 - 5 = 43$

■ Auto-évaluation ③

Un agriculteur possède un terrain de forme carrée d'une superficie de 1024 mètres carrés. Il a décidé de le diviser en 4 parcelles carrées d'aire égale. Quelle est la longueur du côté de chacune des quatre parcelles?

■ Remarque que

① $\sqrt[3]{0} = 0$

② $\sqrt[3]{a^{3n}} = a^n$

où n est un nombre entier

Par exemple:

$\sqrt[3]{x^3} = x$

$\sqrt[3]{x^{27}} = x^9$

■ Auto-évaluation ④

Trouve chacun de ce qui suit:

① $\sqrt[3]{512}$ ② $\sqrt[3]{-125}$

③ $\sqrt[3]{0,027}$ ④ $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}$

⑤ $\sqrt[3]{(-9)^3}$ ⑥ $\sqrt[3]{x^9}$

Exemple ③

Lien avec la vie: Un jardin de forme carrée d'aire de 400 mètres carrés, il est souhaité d'ériger une clôture autour de celui-ci. **Quelle est la longueur de la clôture du jardin?**



Supposons que la longueur du côté du jardin soit ℓ mètres, alors son aire est ℓ^2 mètres carrés.

$\therefore \ell^2 = 400 \quad \therefore \ell = \sqrt{400} = 20$

C'est-à-dire que: la longueur du côté du jardin est de 20 mètres.

Et comme la longueur de la clôture du jardin (P) est le périmètre du jardin.

$\therefore P = 4 \times 20 = 80$

C'est-à-dire que la longueur de la clôture du jardin est de 80 mètres.

■ Réfléchis

Dans la résolution de l'exemple ci-joint, pourquoi $\ell \neq -20$?

La racine cubique d'un nombre cube parfait

La racine cubique d'un nombre cube parfait (a) est le nombre dont le cube est égal à (a).

La racine cubique d'un nombre cube parfait a le même signe que le nombre.

Par exemple: • Le nombre (8) a pour racine cubique (2) car : $2^3 = 8$

• Le nombre (-8) a pour racine cubique (-2) car: $(-2)^3 = -8$

Le symbole « $\sqrt[3]{}$ » indique la racine cubique d'un certain nombre.

Par exemple: la racine cubique du nombre 125 est 5 et s'écrit: $\sqrt[3]{125} = 5$

Exemple ④

Trouve chacun de ce qui suit sous la forme la plus simple:

① $\sqrt[3]{216}$

② $\sqrt[3]{-\frac{27}{125}}$

③ $\sqrt[3]{0,343}$

④ $\sqrt[3]{15\frac{5}{8}}$

⑤ $\sqrt[3]{(-5)^3}$

⑥ $\sqrt[3]{y^{12}}$



① $216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$
 $\sqrt[3]{216} = \underbrace{2 \times 2 \times 2}_2 \times \underbrace{3 \times 3 \times 3}_3 = 6$

② $\sqrt[3]{-\frac{27}{125}} = -\frac{3}{5}$

216	2
108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

■ Auto-évaluation ⑤

Réduis à la forme la plus simple:

$$\sqrt[3]{\frac{125}{27}} \times \sqrt{\frac{81}{25}} \times \left(\frac{9}{5}\right)^0$$

■ Auto-évaluation ⑥

Trouve la valeur de X dans chacun de ce qui suit:

① $X^3 + 5 = -22$

② $8X^3 - 15 = 49$

■ Auto-évaluation ⑦

Un cube ayant un volume de 1728 unités cubes, quelle est la longueur de son arête?

■ Information précédente

En supposant que la longueur de l'arête du cube soit a , alors:

► L'aire latérale = $4a^2$

► L'aire totale = $6a^2$



③ $\sqrt[3]{0,343} = \sqrt[3]{\frac{343}{1\,000}} = \frac{7}{10}$

④ $\sqrt[3]{15\frac{5}{8}} = \sqrt[3]{\frac{125}{8}} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$

⑤ $\sqrt[3]{(-5)^3} = -5$

⑥ $\sqrt[3]{y^{12}} = y^4$

■ Technologie

Tu peux utiliser la calculatrice pour vérifier tes réponses.

Exemple 5

Réduis à la forme la plus simple: $\sqrt[3]{\frac{729}{64}} \times \sqrt{\frac{64}{9}} \times \left(\frac{-8}{3}\right)^0$



$$\sqrt[3]{\frac{729}{64}} \times \sqrt{\frac{64}{9}} \times \left(\frac{-8}{3}\right)^0 = \frac{9}{4} \times \frac{8}{3} \times 1 = 6$$

Résoudre les équations en utilisant la racine cubique

Si $X^3 = a$ alors $X = \sqrt[3]{a}$

Par exemple: si $X^3 = 1\,000$ alors $X = \sqrt[3]{1\,000} = 10$

Exemple 6

Si $2X^3 + 3 = 253$, quelle est la valeur de X ?



$$\therefore 2X^3 + 3 = 253$$

$$\therefore 2X^3 = 253 - 3 = 250$$

$$\therefore X^3 = \frac{250}{2} = 125$$

$$\therefore X = \sqrt[3]{125} = 5$$

Exemple 7

Lien avec la vie: Un morceau d'argile ayant un volume de 512 centimètres cubes, étant formé en un cube. Quelle est son aire latérale et son aire totale?



Suppose que la longueur de l'arête du cube soit a , alors son volume est a^3

$$\therefore a^3 = 512$$

$$\therefore a = \sqrt[3]{512} = 8$$

Ainsi, la longueur de l'arête du cube est de 8 cm.

$$\therefore \text{L'aire d'une face} = a^2 = 8^2$$

$$= 64 \text{ centimètres carrés.}$$

$$\text{L'aire latérale} = 4a^2 = 4 \times 64$$

$$= 256 \text{ centimètres carrés.}$$

$$\text{L'aire totale} = 6a^2 = 6 \times 64$$

$$= 384 \text{ centimètres carrés.}$$



Évaluation de la leçon



Premièrement

Mesurer les concepts



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

① Si $\sqrt{X} = 5$, quelle est la valeur de X ?
(a) 10 (b) 20 (c) 25 (d) ± 25

③ Si $a = 5^3$, quelle est la valeur de $\sqrt[3]{a}$?
(a) 3 (b) 5 (c) 25 (d) 125

⑤ Quelle est la valeur de $\sqrt{(-5)^2}$?
(a) -5 (b) 5 (c) ± 5 (d) 25

② Si $X^3 = -27$, quelle est la valeur de X ?
(a) -3 (b) 3 (c) ± 3 (d) -9

④ Si $\sqrt[3]{b} = -8$, quelle est la valeur de b ?
(a) 2 (b) -2 (c) 64 (d) -512

⑥ Si a et b sont les racines carrées du nombre c , quelle est la valeur de $a + b$?
(a) $2a$ (b) $2b$ (c) 1 (d) 0

Deuxièmement

Appliquer les concepts scientifiques



► Trouve la valeur de chacun de ce qui suit:

⑦ $\sqrt{16}$

⑧ $-\sqrt{100}$

⑨ $\pm \sqrt{2\,500}$

⑩ $\sqrt{\left(-\frac{4}{9}\right)^2}$

⑪ $\sqrt{0,81}$

⑫ $\sqrt{36 + 64}$

⑬ $\sqrt{\frac{4a^2}{9b^4}}$

⑭ $\sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2}$

► Trouve la valeur de chacun de ce qui suit:

⑮ $\sqrt[3]{64}$

⑯ $\sqrt[3]{-1}$

⑰ $\sqrt[3]{\frac{-64}{27}}$

⑱ $\sqrt[3]{64 \times 2^3}$

⑲ $\sqrt[3]{343 - 7^3}$

⑳ $\sqrt{4} - \sqrt[3]{-8}$

㉑ $\sqrt[3]{\frac{8X^3}{125Y^6}}$

㉒ $\sqrt[3]{0,125} + \sqrt{12\frac{1}{4}}$

► Trouve l'ensemble des solutions pour chacune des équations suivantes dans $\mathbb{Z}$:

㉓ $X^2 = 25$

㉔ $X^3 = 64$

㉕ $X^3 + 26 = -1$

㉖ $2X^2 + 1 = 33$

㉗ $3X^3 - 4 = 2X^3 + 4$

㉘ $(X - 1)^3 + 2 = -6$

► Réduis chacun de ce qui suit:

㉙ $\sqrt{\frac{9}{4}} + \sqrt[3]{\frac{-27}{8}} + \left(\frac{4}{9}\right)^0$

㉚ $\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \sqrt{\frac{25}{4}} + \sqrt[3]{\frac{125}{64}}$

► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

- ③① Quel est l'inverse du nombre $\sqrt{\frac{9}{25}}$ à la forme la plus simple?
 (a) $-\frac{3}{5}$ (b) $\frac{3}{5}$ (c) $-\frac{5}{3}$ (d) $\frac{5}{3}$
- ③③ Si $\mathcal{X} = \sqrt{\frac{1}{9}}$, quelle est la valeur de $\mathcal{X}^3$?
 (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{9}$ (c) $\frac{1}{27}$ (d) $\frac{1}{81}$

- ③② Quelle est la valeur de $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$?
 (a) 2 (b) 4 (c) 8 (d) 64
- ③④ Si $-\sqrt{25} = \sqrt[3]{y}$, quelle est la valeur de y ?
 (a) -5 (b) 5 (c) -125 (d) 125

Troisièmement

L'analyse et l'intégration des disciplines



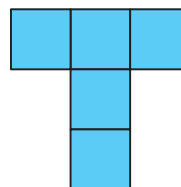
- ③⑤ **Arts:** Fatma a dessiné un tableau de forme carrée dont l'aire est de a^4b^2 centimètres carrés. Elle veut mettre un cadre autour de celui-ci, quelle est la longueur du cadre si $a = 5$ et $b = 4$?



- ③⑥ **Modèles:** Un cube dont le volume est $\mathcal{X}^6$, trouve la somme des longueurs de ses arêtes si $\mathcal{X} = 10$.

Les arts sous toutes leurs formes aident à développer les compétences en créativité, en pensée et en imagination.

- ③⑦ **Géométrie:** Dans la figure ci-contre: Si l'aire de chaque carré est de 36 centimètres carrés, quelle est le périmètre de la figure?



- ③⑧ **Modèles:** Un cube dont l'aire totale est de 294 centimètres carrés. Trouve la longueur de son arête.

- ③⑨ **Découvre l'erreur:**

Imane a écrit les deux phrases ci-contre en faisant ses devoirs.

Corrige l'erreur qu'Imane a commise.

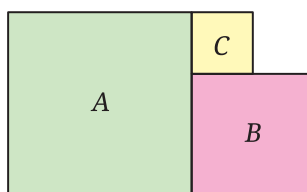
$$\sqrt[3]{(-4)^3} = |-4| = 4$$

$$\sqrt{3^2 + 4^2} = 3 + 4 = 7$$

Pensée créative



- ④⑦ Dans la figure ci-contre:
 A, B et C sont trois carrés.
 l'aire du carré C est de 9 unités d'aire,
 l'aire du carré B est de 36 unités de superficie,
 trouve l'aire du carré A.



Évalue ta compréhension

Quel est ton niveau de compréhension des racines carrées et des racines cubiques?

Coche la case appropriée.

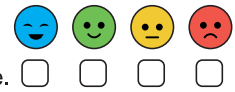


Évaluation de la première unité

Évalue ta compréhension

Quel est ton niveau de compréhension de l'unité 1?

Coche la case appropriée.



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

- ① Si la population mondiale est d'environ 8 milliards d'habitants. Quelle est la notation scientifique de la population mondiale?
(a) 8×10^{10} (b) 8×10^9
(c) 80×10^8 (d) 8×10^8
- ② Lequel de ce qui suit est égal à $2X^{-1}$?
(a) $2X$ (b) $\frac{1}{2}X$
(c) $\frac{1}{2X}$ (d) $\frac{2}{X}$
- ③ Lequel de ce qui suit est égal à $\sqrt[3]{(-8)^2}$?
(a) -4 (b) -2 (c) 2 (d) 4
- ④ Lequel de ce qui suit est égal à $\sqrt{9X^2}$?
(a) $3X$ (b) $9X$ (c) $3X^2$ (d) $3|X|$

► Complète chacun de ce qui suit avec la bonne réponse:

- ⑤ Si $0,000046 = 4,6 \times 10^n$ alors $n = \dots\dots\dots$
- ⑥ $\sqrt{16} - \sqrt[3]{-27} = \dots\dots\dots$
- ⑦ Si $X^3 + 4 = 12$ alors $X = \dots\dots\dots$
- ⑧ Si $3^4 + 3^4 + 3^4 = 3^n$ alors $n = \dots\dots\dots$

► Réponds aux questions suivantes:

- ⑨ L'aire d'un carré est égale à l'aire d'un triangle dont la base mesure de 9 cm et la hauteur correspondante à cette base mesure de 8 cm. Trouve la longueur du côté du carré.
- ⑩ Réduis à la forme la plus simple: $\frac{a^7 \times a^8 \times a^2}{a^3 \times a^9 \times a^5}$ où $a \neq 0$
- ⑪ Réduis à la forme la plus simple: $\sqrt{\frac{81}{49}} + \left(\frac{3}{4}\right)^0 + \sqrt[3]{\frac{125}{343}}$
- ⑫ Écris le résultat de ce qui suit en notation scientifique: $(5,2 \times 10^9) - (8,5 \times 10^8)$

Activité de l'unité 1

Planètes du système solaire

► **L'objectif de l'activité:** Utiliser la technologie de l'intelligence artificielle pour aider à formuler un problème sur le concept de notation scientifique des nombres et le résoudre.

► **Étapes de mise en œuvre:** En collaboration avec un de tes amis, essaie de faire ce qui suit:

- 1 Utilise une des applications d'intelligence artificielle pour aider à formuler un problème mathématique lié à l'une des informations suivantes (vitesse de la lumière - masse de la planète - distance de la planète au soleil).
- 2 Reformule le problème avec tes propres mots.
- 3 Rassemble les données liées au problème et organise-les dans un tableau pour clarifier les informations relatives à chaque planète du système solaire.
- 4 Explique les étapes de la résolution du problème en insistant sur comment tirer parti de la notation scientifique des nombres.
Exemple de formulation du problème:
Si tu sais que alors trouve



UNITÉ 2

L'algèbre

Leçons de l'unité

2-1 Les inéquations

2-2 Multiplication d'un terme algébrique par un terme algébrique ou une expression algébrique

2-3 Multiplication des expressions algébriques

2-4 Division d'un terme algébrique ou d'une expression algébrique par un terme algébrique

2-5 Division des expressions algébriques



L'intelligence artificielle (IA) est utilisée pour fournir des solutions détaillées à certains problèmes algébriques complexes.

► **Peut-on utiliser les applications d'intelligence artificielle pour effectuer des opérations algébriques impliquant les équations et les inéquations?**

Les enjeux et les compétences de vie

- La compréhension mathématique
- La pensée logique
- La technologie des informations
- La résolution de problèmes
- La pensée créative

Les valeurs

- La collaboration
- La responsabilité
- L'appréciation de la beauté
- Le respect de l'autre
- L'évitement des risques
- Le travail

Leçon 2 - 1

Les inéquations



■ Résultats d'apprentissage

- Connaître l'inéquation du premier degré à une variable.
- Former une inéquation du premier degré à une variable.
- Résoudre une inéquation du premier degré à une variable en utilisant les propriétés de l'inégalité.

■ Vocabulaire

- Inéquation
- Plus petit que
- Plus grand que
- Plus petit ou égal à
- Plus grand ou égal à

■ La notation en mathématiques

Les symboles $\geq$ et $\leq$ combinent les symboles $>$ et $<$ avec le signe égal ($=$).

■ Remarque que

L'inéquation $X < 5$ est la même que l'inéquation $5 > X$.

Sois prêt!



Le stade d'Égypte, dans la nouvelle capitale administrative, est l'un des plus grands stades du Moyen-Orient et d'Afrique en termes de capacité, avec une capacité approximative d'environ 90 000 spectateurs. Quelle est l'inéquation qui exprime le nombre de spectateurs (X) attendus pour l'un des matchs de notre équipe nationale, si 1 000 invitations ont été envoyées aux personnalités importantes?



Le stade d'Égypte dans la nouvelle capitale administrative

Dans cette leçon, tu apprendras à former et à résoudre une inéquation du premier degré à une variable, ce qui te permettra de résoudre ce type de problèmes de la vie.

Réfléchis et discute!



Si Ossama a réduit la vitesse de sa voiture de 15 km/h en arrivant dans une zone résidentielle où la vitesse maximale est de 20 km/h et qu'il n'a pas dépassé la limite de vitesse autorisée, laquelle des propositions suivantes exprime la vitesse de la voiture (X) à son arrivée dans la zone résidentielle?



$$X - 15 \leq 20$$

$$X + 15 \leq 20$$

$$X - 15 > 20$$

Apprends!



Concept de l'inéquation

L'inéquation se compose de deux expressions mathématiques liées par l'un des signes d'inégalité ($\geq$, $\leq$, $>$ et $<$).

Exemples:

- ▶ $X < 5$ "se lit X est inférieur à 5" ▶ $X > -2$ "se lit X est supérieur à -2 "
- ▶ $X \leq -3$ "se lit X est inférieur ou égal à -3 "
- ▶ $X \geq 100$ "se lit X est supérieur ou égal à 100"

Autres exemples:

- ▶ $2X - 1 > -1$ ▶ $5X + 1 \leq 16$ ▶ $3X + y > 3$

Notre étude dans cette leçon se limitera aux inéquations du premier degré à une variable.

L'inéquation du premier degré à une variable

est une inéquation contenant une seule variable élevée à l'exposant un.

Par exemple: $2X - 1 \leq 6$, $X - 3 > 3X - 1$, $2(2X - 1) > 6$

■ Auto-évaluation ①

Exprime chacune des situations suivantes par une inéquation appropriée:

- ① Il est requis que ta taille soit supérieure à 110 cm pour jouer à l'un des jeux dans le parc d'attractions.
- ② La vitesse maximale de ta voiture est de 80 km/h.
- ③ Il est requis que ton âge soit au moins de 12 ans pour utiliser un téléphone portable.

Écriture de l'inéquation

Exemple ①

Exprime chacune des situations suivantes par une inéquation appropriée:

- ① Il est requis que ton âge ne soit pas inférieur à 18 ans pour obtenir un permis de conduire.
- ② La salle peut accueillir au maximum 120 personnes.
- ③ Si 2 est soustrait de trois fois un nombre, le résultat est supérieur à 7.



- ① En supposant que l'âge soit X
 $\therefore X \geq 18$
- ② En supposant que le nombre de personnes soit y
 $\therefore y \leq 120$
- ③ En supposant que le nombre soit X , alors trois fois ce nombre est $3X$
 $\therefore 3X - 2 > 7$

Résolution de l'inéquation

- La résolution de l'inéquation signifie trouver les valeurs de la variable qui satisfont l'inéquation.
- **Ensemble de substitution:** C'est l'ensemble auquel appartiennent toutes les valeurs possibles de la variable dans l'inéquation.
- **Ensemble de solution:** C'est un sous-ensemble de l'ensemble de substitution et ses éléments vérifient l'inéquation.

Résolution de l'inéquation en utilisant les propriétés de l'inégalité

Lorsque l'on résout une inéquation du premier degré en une variable, on utilise la même méthode que celle utilisée pour résoudre des équations du premier degré en une variable, en tenant compte des propriétés de l'inégalité.

Propriétés de l'inégalité

Si A , B et C sont trois nombres, alors ces nombres ont les propriétés suivantes:

① Propriété de l'addition ou de l'ajout:

Si $A > B$

alors: $A + C > B + C$

Par exemple: $5 > 3$

alors: $5 + 1 > 3 + 1$ d'où $6 > 4$ ✓

② Propriété de la soustraction ou de la suppression:

Si $A > B$

alors: $A - C > B - C$

Par exemple: $5 > 3$

alors: $5 - 2 > 3 - 2$ d'où $3 > 1$ ✓

③ Propriété de la multiplication:

Si $A > B$

alors: $A \times C > B \times C$ si: $C > 0$
 $A \times C < B \times C$ si: $C < 0$

Par exemple: $4 > 2$ alors: $4 \times 5 > 2 \times 5$ d'où $20 > 10$ ✓

$4 \times (-5) < 2 \times (-5)$ d'où $-20 < -10$ ✓

■ Propriété ①

Lorsque le même nombre est additionné (ou ajouté) aux deux côtés de l'inéquation, celle-ci reste vraie.

■ Propriété ②

Lorsque le même nombre est soustrait (ou supprimé) des deux côtés de l'inéquation, celle-ci reste vraie.

■ Propriété ③

- Lorsque les deux côtés de l'inéquation sont multipliés par un nombre positif, celle-ci reste vraie.
- Lorsque les deux côtés de l'inéquation sont multipliés par un nombre négatif, la direction de l'inéquation change pour que l'inéquation reste vraie.

■ Propriété 4

- Lorsqu'on divise les deux membres de l'inéquation par un nombre positif, celle-ci reste vraie.
- Lorsqu'on divise les deux membres de l'inéquation par un nombre négatif, le signe de l'inégalité change afin que l'inéquation reste vraie.

■ Pensée critique

Si $a \neq 0$, $b \neq 0$
et que $a < b$, lequel est le plus grand $\frac{1}{a}$ ou $\frac{1}{b}$?

■ Auto-évaluation 2

Trouve l'ensemble de solution de chacune des inéquations suivantes:

$$X + 2 > -1$$

$$2X \geq 10$$

$$4X - 1 < 11$$

Si l'ensemble de substitution est:

- ① N ② Z ③ Q

■ Remarque que

L'ensemble de solution de l'inéquation dans Q s'écrit de manière de la caractéristique distinctive.

■ Auto-évaluation 3

Trouve l'ensemble de solution dans Z pour chacune des inéquations suivantes:

① $7 - 3X > -5$

② $2(X + 5) - 7 > 9$

③ $4(X + 3) > 7X - 9$

4 Propriété de la division:

Si $A > B$ alors: $\frac{A}{C} > \frac{B}{C}$ si $C > 0$
 $\frac{A}{C} < \frac{B}{C}$ si $C < 0$

Par exemple: $4 > 2$ alors: $\frac{4}{2} > \frac{2}{2}$ d'où $2 > 1$ ✓
 $\frac{4}{-2} < \frac{2}{-2}$ d'où $-2 < -1$ ✓

Exemple 2

Trouve l'ensemble de solution de l'inéquation: $2X + 5 \leq 11$

Si l'ensemble de substitution est: ① N ② Z ③ Q



$$\therefore 2X + 5 \leq 11$$

$$\therefore 2X + 5 - 5 \leq 11 - 5$$

(soustraction de 5 des deux membres)

$$\therefore 2X \leq 6$$

$$\therefore \frac{2X}{2} \leq \frac{6}{2} \text{ (division des deux membres par 2)}$$

$$\therefore X \leq 3$$

① L'ensemble de solution dans $N = \{0; 1; 2; 3\}$

② L'ensemble de solution dans $Z = \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$

③ L'ensemble de solution dans $Q = \{a : a \in Q; a \leq 3\}$

■ Diversité des stratégies

On peut résoudre en inversant l'opération

$$\therefore 2X + 5 \leq 11$$

$$\therefore 2X \leq 11 - 5$$

$$\therefore 2X \leq 6$$

$$\therefore X \leq \frac{6}{2}$$

$$\therefore X \leq 3$$

Exemple 3

Trouve l'ensemble de solution dans Z pour chacune des inéquations suivantes:

① $1 - 2X < 5$

② $3(2X - 1) > 9$

③ $2(2X + 3) \leq 5X + 2$



① $\therefore 1 - 2X < 5$

$$\therefore 1 - 2X - 1 < 5 - 1$$

(soustraction de 1 des deux membres)

$$\therefore -2X < 4$$

$$\therefore \frac{-2X}{-2} > \frac{4}{-2}$$

(division des deux membres par -2)

$$\therefore X > -2$$

$$\therefore \text{L'ensemble de solution} = \{-1; 0; 1; 2; \dots\}$$

■ Vérification de la solution

Tu peux vérifier la solution du problème ② comme suit:

Écris l'inéquation originale

$$3(2X - 1) > 9$$

Remplace X par 3

$$3(2 \times 3 - 1) \overset{?}{>} 9$$

$$3(6 - 1) \overset{?}{>} 9$$

$$3 \times 5 \overset{?}{>} 9$$

La phrase est vraie: $15 > 9$ ✓

C'est-à-dire que 3 est une solution de l'inéquation.

Répète les mêmes étapes en remplaçant X par 4 et en remplaçant X par 5 pour assurer qu'ils sont des solutions de l'inéquation.

► Peux-tu vérifier la solution du problème ③?

■ Auto-évaluation ④

Si le nombre maximum de personnes qu'un ascenseur peut transporter est de 4 personnes, de sorte que la somme de leurs poids ne dépasse pas 300 kg.

Si l'ascenseur a 3 personnes dont la somme de leurs poids est de 225 kg, écris une inéquation qui exprime le poids X kg de la quatrième personne qui peut entrer dans l'ascenseur sans enfreindre les consignes de sécurité et de sûreté, et résous l'inéquation pour trouver la valeur maximale de X .

$$\textcircled{2} \because 3(2X - 1) > 9$$

$$\therefore 6X - 3 > 9 \text{ (propriété de distribution)}$$

$$\therefore 6X - 3 + 3 > 9 + 3$$

(ajout de 3 aux deux membres)

$$\therefore 6X > 12$$

$$\therefore \frac{6X}{6} > \frac{12}{6} \text{ (division des deux membres par 6)}$$

$$\therefore X > 2$$

$$\text{L'ensemble de solution} = \{ 3 ; 4 ; 5 ; \dots \}$$

$$\textcircled{3} \because 2(2X + 3) \leq 5X + 2$$

$$\therefore 4X + 6 \leq 5X + 2 \text{ (propriété de distribution)}$$

$$\therefore 4X - 5X \leq 2 - 6 \text{ (regroupement des termes semblables)}$$

$$\therefore -X \leq -4$$

$$\therefore -X \times (-1) \geq -4 \times (-1) \text{ (multiplication des deux membres par } -1 \text{)}$$

$$\therefore X \geq 4$$

$$\text{L'ensemble de solution} = \{ 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; \dots \}$$

■ Diversité des stratégies

Le problème ② peut être résolu en divisant les deux côtés par 3 sans utiliser la propriété de distribution.

$$\therefore \frac{3(2X - 1)}{3} > \frac{9}{3}$$

$$\therefore 2X - 1 > 3$$

$$\therefore 2X - 1 + 1 > 3 + 1$$

$$\therefore 2X > 4$$

$$\therefore \frac{2X}{2} > \frac{4}{2}$$

$$\therefore X > 2$$

Exemple ④

Lien avec la vie: Si un enseignant veut acheter 5 stylos du même type pour les distribuer à ses élèves brillants dans la classe, de sorte qu'il ne dépense pas plus de 150 livres, compris 20 livres de frais de livraison, écris une inéquation qui exprime le prix d'un stylo et résous l'inéquation pour trouver le prix maximum d'un stylo.



En supposant que le prix du stylo soit X livres.

$$\therefore 5X + 20 \leq 150$$

$$\therefore 5X \leq 150 - 20$$

$$\therefore 5X \leq 130$$

$$\therefore X \leq \frac{130}{5}$$

$$\therefore X \leq 26$$

C'est-à-dire que le prix maximum d'un stylo est de 26 livres.

Évaluation de la leçon



Premièrement

Mesurer les concepts



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

- ① Quelle inéquation exprime que la température X est inférieure à 40° ?
 (a) $X < 40^\circ$ (b) $X > 40^\circ$
 (c) $X \leq 40^\circ$ (d) $X \geq 40^\circ$
- ② Laquelle des inéquations suivantes exprime la situation suivante:
 «Omar a besoin d'au moins deux heures pour faire le devoir»?
 (a) $X < 2$ (b) $X \leq 2$
 (c) $X > 2$ (d) $X \geq 2$
- ③ Quelle inéquation exprime que le double du nombre X est inférieur à 5?
 (a) $X + 2 < 5$ (b) $X - 2 < 5$
 (c) $2X < 5$ (d) $2X > 5$
- ④ Si $X - 1 > 4$, lesquelles des valeurs suivantes pourraient être une valeur de X ?
 (a) 3 (b) 4
 (c) 5 (d) 7
- ⑤ Laquelle des inéquations suivantes a une solution dans Z où $X = -7$?
 (a) $X > -7$ (b) $X < -7$
 (c) $X > -6$ (d) $-X \geq -7$
- ⑥ Laquelle des inéquations suivantes a une solution dans Q où $X = -4$?
 (a) $X - 2 \geq -4$ (b) $2X > -8$
 (c) $X + 2 > -3$ (d) $-X > 4$

► Découvre l'erreur:

- ⑦ Moustafa et Salma ont résolu l'inéquation $2 - 3X < 17$ dans Z .
 Lequel d'entre eux a suivi la méthode correcte pour la solution? Discute.

La solution de Moustafa:

$$\begin{aligned}
 &\because 2 - 3X < 17 \\
 &\therefore -3X < 17 - 2 \\
 &\therefore -3X < 15 \\
 &\therefore \frac{-3X}{-3} > \frac{15}{-3} \\
 &\therefore X > -5 \\
 &\therefore \text{L'ensemble de solution} = \{-4; -3; -2; \dots\}
 \end{aligned}$$

La solution de Salma:

$$\begin{aligned}
 &\because 2 - 3X < 17 \\
 &\therefore -3X < 17 - 2 \\
 &\therefore -3X < 15 \\
 &\therefore \frac{-3X}{-3} < \frac{15}{-3} \\
 &\therefore X < -5 \\
 &\therefore \text{L'ensemble de solution} = \{-6; -7; -8; \dots\}
 \end{aligned}$$

Deuxièmement

Appliquer les concepts scientifiques



► Exprime chacune des situations suivantes par une inéquation appropriée:

- ⑧ Pour obtenir la réduction, tes achats doivent dépasser 500 livres.
- ⑨ Un comptable est requis, son expérience ne doit pas être inférieure à 3 ans.
- ⑩ La masse de la valise ne doit pas dépasser 7 kilogrammes pour pouvoir être transportée dans la cabine de l'avion.

► Trouve l'ensemble des solutions pour chacune des inéquations suivantes dans N :

⑪ $X - 2 > 1$

⑫ $-2X \leq 0$

⑬ $2X - 3 < 7$

⑭ $\frac{1}{3}X + 3 \leq 1$

► Trouve l'ensemble des solutions pour chacune des inéquations suivantes dans Z :

⑮ $5 - 3X \geq 14$

⑯ $2(3 - 2X) < 4$

⑰ $3X + 7 < 7X + 3$

► Trouve l'ensemble des solutions pour chacune des inéquations suivantes dans Q :

⑱ $2(X + 5) - 3 < 12$

⑲ $X - 2 \leq 3X + 7$

⑳ $3(X - 7) \geq 7(X - 3)$

Troisièmement

L'analyse et l'intégration des disciplines



- ⑳ **Sport:** Lors d'un match de basket-ball, Marawan a marqué au moins 12 points de plus que Rami les a marqués. Si Rami a marqué 15 points, écris l'inéquation appropriée et résous-la, puis trouve le nombre minimum de points que Marawan a marqués.

- ㉑ **Épargne:** Hamza a besoin d'économiser au moins 250 livres pour acheter un nouveau jouet. S'il a déjà 100 livres et il peut économiser 20 livres chaque semaine de son argent de poche. Écris l'inéquation appropriée et résous-la, puis trouve le nombre minimum de semaines dont Hamza aura besoin pour économiser de l'argent pour acheter le jouet.



- ㉒ **Shopping:** Aliyaa veut acheter des vêtements pour une œuvre de charité. Si le prix d'une chemise est de 240 livres et qu'elle a une carte de débit de 400 livres et un budget ne dépassant pas 3 200 livres. Écris l'inéquation appropriée et résous-la, puis trouve le nombre maximum de chemises qu'elle peut acheter du même type.

Pensée créative



- ㉓ Trouve toutes les valeurs entières de X qui satisfont simultanément les deux inéquations $5X - 2 > 3$ et $7 - X \geq 3$.
- ㉔ Trouve les trois plus petits nombres pairs consécutifs dont la somme est supérieure à 96.
- ㉕ **Géométrie:** Un triangle avec des longueurs de ses côtés de 6 cm, 8 cm et $(2X - 4)$ cm. Quelles sont les valeurs entières possibles de X ?

Évalue ta compréhension

Quel est ton niveau de compréhension des inéquations? Coche la case appropriée.



Leçon 2 - 2

Multiplication d'un terme algébrique par un terme algébrique ou une expression algébrique



Résultats d'apprentissage

- Multiplier un terme algébrique par un autre terme algébrique.
- Multiplier un terme algébrique par une expression algébrique composée de deux termes ou plus.

Vocabulaire

- Terme algébrique
- Expression algébrique
- Multiplication
- Produit

Rappelle-toi

- Le produit de deux nombres ayant le même signe est un nombre positif.
- Le produit de deux nombres ayant des signes différents est un nombre négatif.

Auto-évaluation ①

Trouve le résultat de ce qui suit:

- ① $(-2a^2)(4a^5)$
- ② $(-3x^2y^5)(-6xy)$
- ③ $(5r^3s^2t)(-rt^4)$

Sois prêt!



un court de tennis dont sa longueur dépasse le double de sa largeur de deux mètres. Il est voulu de couvrir son sol de gazon synthétique. Écris l'expression algébrique qui représente l'aire du court, et si la largeur du court est de 11 mètres, quelle est la valeur numérique de son aire?

Dans cette leçon, tu apprendras à multiplier les termes algébriques, ainsi qu'à multiplier un terme algébrique par une expression algébrique, ce qui te permettra de résoudre ce type de problèmes.

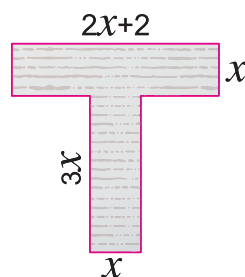


Réfléchis et discute!



Nader coupe un morceau de papier en forme de lettre T, ses dimensions sont comme sur la figure ci-contre.

Peux-tu écrire une expression algébrique qui représente l'aire de ce morceau de papier?



Apprends!



Multiplier un terme algébrique par un autre terme algébrique.

Lors de la multiplication d'un terme algébrique par un autre terme algébrique, nous multiplions les coefficients et additionnons les exposants des variables ayant la même base.

$$aX^m \times bX^n = a \times bX^{m+n}$$

Par exemple:

$$4x^2 \times 6x^3 = (4 \times 6)x^{2+3} = 24x^5$$

Addition des exposants

Multiplication des coefficients

Exemple 1

Trouve le résultat de ce qui suit:

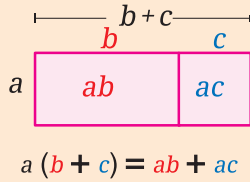
- ① $(-4a^3)(3a^5)$
- ② $(-3a^3b^2)(-2ab^4)$
- ③ $(9x^3y)(-2x^2yz^5)$



- ① $(-4a^3)(3a^5) = (-4 \times 3) \times a^{3+5} = -12a^8$
- ② $(-3a^3b^2)(-2ab^4) = (-3 \times (-2)) \times a^{3+1} \times b^{2+4} = 6a^4b^6$
- ③ $(9x^3y)(-2x^2yz^5) = (9 \times (-2)) \times x^{3+2} \times y^{1+1} \times z^5 = -18x^5y^2z^5$

■ Modélisation

Le produit $a(b + c)$ peut être trouvé géométriquement en utilisant le modèle de l'aire d'un rectangle comme suit :



■ Auto-évaluation ②

Trouve le résultat de ce qui suit :

- ① $-3x(x - 5)$
- ② $2x^2(4x^2 - 5x - 7)$
- ③ $-3a^2b(2ab^2 - 2b)$

■ Auto-évaluation ③

Réduis à la forme la plus simple :

$$3(5x^2 + 3x - 2) - 15x^2$$

Multiplier un terme algébrique par une expression algébrique ayant deux termes ou plus

Lors de la multiplication d'un terme algébrique par une expression algébrique ayant deux termes ou plus, nous utilisons la propriété de distribution.

$$a(b + c) = ab + ac$$

$$a(b - c) = ab - ac$$

Par exemple :

$$\bullet 2x(x + 5) = (2x)(x) + (2x)(5) = 2x^2 + 10x$$

$$\bullet 5x(x - 3) = (5x)(x) - (5x)(3) = 5x^2 - 15x$$

La méthode verticale

Tu peux utiliser la méthode verticale pour trouver le produit comme sur la figure ci-contre.

$$\begin{array}{r} x+5 \\ \times 2x \\ \hline 2x^2 + 10x \end{array}$$

Exemple ②

Trouve le résultat de ce qui suit :

$$\textcircled{1} -4a(3a^2 - 2a + 1) \quad \textcircled{2} 2xy(4x^2 + 3xy^2 - 5y)$$



$$\begin{aligned} \textcircled{1} -4a(3a^2 - 2a + 1) &= (-4a)(3a^2) - (-4a)(2a) + (-4a)(1) \\ &= -12a^3 - (-8a^2) + (-4a) \\ &= -12a^3 + 8a^2 - 4a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} 2xy(4x^2 + 3xy^2 - 5y) &= (2xy)(4x^2) + (2xy)(3xy^2) - (2xy)(5y) \\ &= 8x^3y + 6x^2y^3 - 10xy^2 \end{aligned}$$

Exemple ③

Réduis à la forme la plus simple l'expression :

$$4(3x^2 + 5x) - x(x^2 - 7x + 8)$$

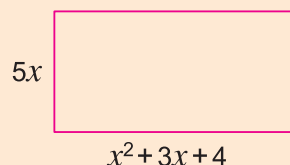


$$\begin{aligned} &4(3x^2 + 5x) - x(x^2 - 7x + 8) \\ &= (4)(3x^2) + (4)(5x) + (-x)(x^2) - (-x)(7x) + (-x)(8) \quad (\text{Propriété de distribution}) \\ &= 12x^2 + 20x + (-x^3) - (-7x^2) + (-8x) \quad (\text{Multiplication des termes}) \\ &= 12x^2 + 20x - x^3 + 7x^2 - 8x \\ &= -x^3 + 19x^2 + 12x \end{aligned}$$

(Addition des termes semblables)

■ Auto-évaluation ④

Trouve l'aire du rectangle en fonction de X , puis calcule la valeur numérique de l'aire lorsque $X = 2$.



■ Auto-évaluation ⑤

Un jardin de forme rectangulaire a une longueur de 50 mètres et une largeur de X mètres. Si sa longueur augmente de X mètres, son aire augmente de 100 mètres carrés, quelle est la valeur de X ?

Exemple ④

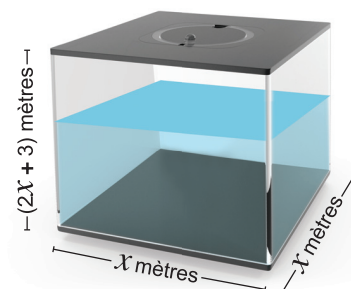
La figure suivante représente une piscine entourée d'un couloir, les dimensions sont indiquées sur la figure. Trouve l'aire du couloir en fonction de X .



- L'aire de la piscine et du couloir ensemble $= 4X(5X + 8) = 20X^2 + 32X$
- L'aire de la piscine $= (3X)(6X) = 18X^2$
- L'aire du couloir = L'aire de la piscine et du couloir ensemble – L'aire de la piscine
 $= 20X^2 + 32X - 18X^2 = 2X^2 + 32X$

Exemple ⑤

Un réservoir d'eau de forme parallélépipédique a des dimensions comme indiqué sur la figure et il est rempli d'eau. Si l'eau s'écoule jusqu'à ce que la hauteur de l'eau soit $(X + 3)$ mètres, quelle est la valeur de X si le volume d'eau écoulée du réservoir est de 27 mètres cubes?



- ∴ Le volume d'eau écoulée = Le volume du réservoir – Le volume d'eau restante dans le réservoir
- $$\therefore X \times X \times (2X + 3) - X \times X \times (X + 3) = 27$$
- $$\therefore X^2(2X + 3) - X^2(X + 3) = 27$$
- $$\therefore 2X^3 + 3X^2 - X^3 - 3X^2 = 27$$
- $$\therefore X^3 = 27 \qquad \therefore X = \sqrt[3]{27} = 3$$

Autre solution:

La hauteur de la partie vide du réservoir due à l'écoulement = La hauteur du réservoir – La hauteur de l'eau restante

- $$\therefore (2X + 3) - (X + 3) = 2X + 3 - X - 3 = X$$
- ∴ Le volume d'eau écoulée = 27
- $$\therefore X \times X \times X = 27 \qquad \therefore X^3 = 27 \qquad \therefore X = \sqrt[3]{27} = 3$$

Évaluation de la leçon



Premièrement

Mesurer les concepts



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

① $(2X)(3X) = \dots\dots\dots$

(a) $5X$

(b) $6X$

(c) $5X^2$

(d) $6X^2$

③ $2(X+3) = \dots\dots\dots$

(a) $2X^2 + 6X$

(b) $2X + 3$

(c) $2X + 6$

(d) $X + 6$

② $(-3X^2)(4X^3) = \dots\dots\dots$

(a) $-12X^5$

(b) $12X$

(c) $-12X^6$

(d) $12X^5$

④ $X(X-1) + X = \dots\dots\dots$

(a) $X(2X-1)$

(b) $2X^2$

(c) X^2

(d) $X^2 - X$

► Découvre l'erreur:

- ⑤ Si la longueur d'un rectangle dépasse sa largeur de 3 unités et que la largeur du rectangle est égale à X unités de longueur, quelle est l'aire du rectangle? Lesquels de Hamza et d'Aliyaa ont suivi la bonne méthode dans la solution? Discute.

La solution de Hamza:

$\therefore$ Largeur du rectangle = X unités de longueur

$\therefore$ Longueur du rectangle = $(X+3)$ unités de longueur

$\therefore$ Aire du rectangle = $X(X+3)$

= $X^2 + 3$ unités d'aire

La solution d'Aliyaa:

$\therefore$ Largeur du rectangle = X unités de longueur

$\therefore$ Longueur du rectangle = $(X+3)$ unités de longueur

$\therefore$ Aire du rectangle = $X(X+3)$

= $X^2 + 3X$ unités d'aire

Deuxièmement

Appliquer les concepts scientifiques



► Trouve le résultat de chacun de ce qui suit:

⑥ $(-5X^2Y^2)(3XY)$

⑧ $(-4m)(-6m^5)$

⑦ $(a^2b^3)(4a^4b^3)$

⑨ $(7P^3S^2r)(-4P^2r)$

► Trouve le résultat de chacun de ce qui suit:

⑩ $-4a(3a-2)$

⑫ $2X(4X^2 - XY + 5)$

⑪ $8X^2(2X^3 - 3X^2 - X + 4)$

⑬ $-hg(3h^2g - 4hg^2 + 2hg)$

► Réduis à la forme la plus simple chacun de ce qui suit:

⑭ $2X(X^2 - 2X - 3) - X^2(3X - 5)$

⑮ $X(X^2 - X - 1) + 3(2X^2 + X + 1)$

⑯ Réduis à la forme la plus simple: $2X(3X - 1) + 3X(X + 2)$

Puis trouve la valeur numérique de l'expression résultante lorsque $X = 1$

⑰ Résous l'équation suivante dans Z : $X(X - 2) + 2(X - 2) = 0$

Troisièmement

L'analyse et l'intégration des disciplines

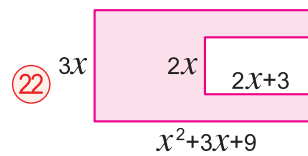
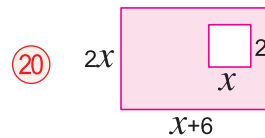
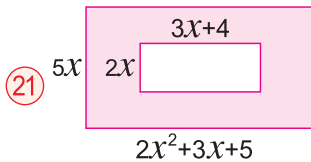
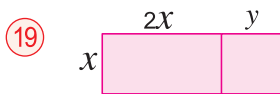


- 18 **Constructions:** Un menuisier veut construire un toit en bois de forme rectangulaire. Ses dimensions sont $(6X^2 + X + 3)$ et $(5X)$ des unités de longueur. Trouve l'aire du toit en fonction de X , puis calcule la valeur numérique de l'aire lorsque $X = 1$.

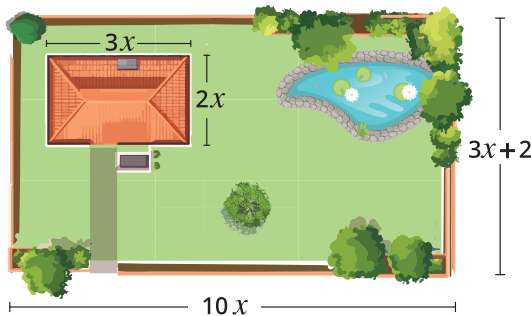
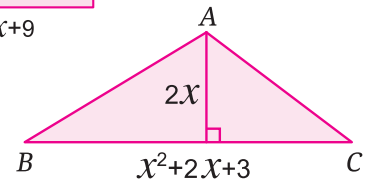


Chaque métier comporte des risques qui nécessitent une formation pour les éviter.

- **Géométrie:** Trouve sous la forme la plus simple l'expression algébrique qui représente l'aire de la partie ombragée dans chacun des cas suivants:



- 23 **Géométrie:** Trouve l'aire du triangle ABC en fonction de X , puis calcule la valeur numérique de son aire lorsque $X = 3$.



- 24 **Architecture:** La figure ci-contre représente un plan d'une maison entourée d'un jardin, les dimensions de la maison et du jardin sont indiquées dans la figure. Trouve l'aire du jardin en fonction de X .

Pensée créative



- 25 Deux nombres positifs a et b et si a est augmenté de b , alors leur produit augmente de 9. Trouve le nombre b .

Évalue ta compréhension

Quel est ton niveau de compréhension de la multiplication d'un terme algébrique par un terme algébrique ou une expression algébrique?

Coche la case appropriée.



Leçon 2 - 3

Multiplication des expressions algébriques



■ Résultats d'apprentissage

- Multiplier une expression algébrique à deux termes par une autre expression algébrique à deux termes.
- Connaître les cas particuliers de la multiplication des expressions binomiales.
- Multiplier une expression algébrique à deux termes par une expression algébrique composée de plus de deux termes.

■ Vocabulaire

- Expression algébrique
- Multiplication
- Produit
- Propriété de distribution

Sois prêt!



Omar a un jardin de forme rectangulaire dont sa longueur est $2X$ mètres et sa largeur est X mètres.

Omar a décidé d'ajouter 7 mètres à la longueur et 3 mètres à la largeur pour planter plus d'arbres.

Quelle est l'expression algébrique qui représente l'augmentation de l'aire du jardin?



Dans cette leçon, tu apprendras à multiplier les expressions algébriques, ce qui te permettra de résoudre ce type de problèmes de la vie.

Réfléchis et discute!



Un carré dont son côté mesure X cm, si la longueur de l'un de ses côtés est augmentée de 1 cm et la longueur du côté adjacent est diminuée de 1 cm, ce carré devient un rectangle. Laquelle est la plus grande: l'aire du carré ou celle du rectangle?

L'avis de Bassem

L'aire du carré est
plus grande

L'avis de Mariam

L'aire du rectangle est
plus grande

Lequel des avis est correct selon ton point de vue? Discute.

Apprends!



Multiplier une expression algébrique à deux termes par une autre à deux termes

Lors de la multiplication d'une expression algébrique à deux termes par une autre expression algébrique à deux termes, multiplie chaque terme de la première expression par chaque terme de la deuxième expression en utilisant la propriété de distribution.

$$\bullet (x + a)(y + b) = x(y + b) + a(y + b)$$

$$= xy + bx + ay + ab$$

↑
Produit des
deux premiers
termes

↑
Produit des
extrêmes

↑
Produit des
moyens

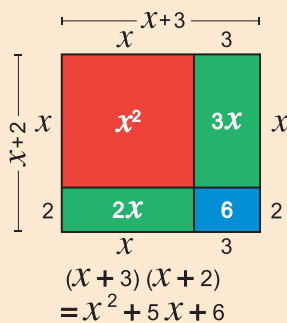
↑
Produit des
deux derniers
termes

■ Remarque que

Lorsqu'une expression algébrique à deux termes est multipliée par une autre à deux termes, cela produit une expression algébrique composée de 4 termes, parmi lesquels des termes semblables peuvent être regroupés jusqu'à ce que le résultat soit sous la forme la plus simple.

■ Modélisation

Le produit suivant peut être trouvé:
 $(X + 3)(X + 2)$
géométriquement en utilisant le modèle de l'aire du rectangle comme suit:



■ Auto-évaluation ①

Trouve le produit de chacun de ce qui suit:

- ① $(X + 1)(X - 6)$
- ② $(3X - 1)(2X + 5)$
- ③ $(m + 4n)(2m - n)$

$$\begin{aligned} \bullet (X + a)(X + b) &= X(X + b) + a(X + b) \\ &= X^2 + \underline{bX + aX} + ab \end{aligned}$$

$$= X^2 + (b + a)X + ab$$

Produit des deux premiers termes

Somme des produits des extrêmes et des moyens

Produit des deux derniers termes

Par exemple:

$$\begin{aligned} (X + 3)(X + 2) &= X(X + 2) + 3(X + 2) \\ &= X^2 + 2X + 3X + 6 \\ &= X^2 + 5X + 6 \end{aligned}$$

■ La multiplication par simple observation

On peut multiplier directement comme suit:

les premiers les derniers

les moyens
+
les extrêmes

$$= X^2 + 5X + 6$$

La méthode verticale

On peut utiliser la méthode verticale pour trouver le produit comme indiqué dans le schéma ci-contre.

$$\begin{array}{r} X + 3 \\ \times X + 2 \\ \hline X^2 + 3X \\ + 2X + 6 \\ \hline X^2 + 5X + 6 \end{array}$$

Exemple ①

Trouve le produit de chacun de ce qui suit:

- ① $(X - 4)(X + 5)$
- ② $(a - 3b)(2a - 5b)$



$$\begin{aligned} \textcircled{1} (X - 4)(X + 5) &= X^2 + 5X - 4X - 20 \\ &= X^2 + X - 20 \end{aligned}$$

► Essaie par toi-même de réaliser la multiplication par simple observation.

$$\begin{aligned} \textcircled{2} (a - 3b)(2a - 5b) &= 2a^2 - 5ab - 6ab + 15b^2 \\ &= 2a^2 - 11ab + 15b^2 \end{aligned}$$

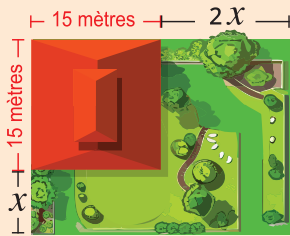
► Essaie par toi-même de réaliser la multiplication par la méthode verticale et par simple observation.

■ La méthode verticale

$$\begin{array}{r} X - 4 \\ \times X + 5 \\ \hline X^2 - 4X \\ + 5X - 20 \\ \hline X^2 + X - 20 \end{array}$$

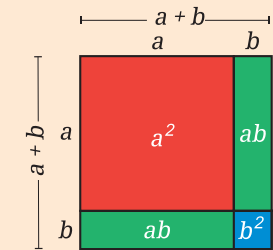
■ Auto-évaluation ②

Un ingénieur a utilisé une partie carrée dont la longueur de son côté est 15 mètres d'un terrain rectangulaire pour construire sa maison, laissant le reste comme jardin comme illustré ci-dessous. Quelle est l'aire du jardin en fonction de X ?



■ Modélisation

$(a + b)^2$ représente géométriquement l'aire d'un carré dont la longueur de son côté est $(a + b)$.



$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

■ Discute avec tes collègues

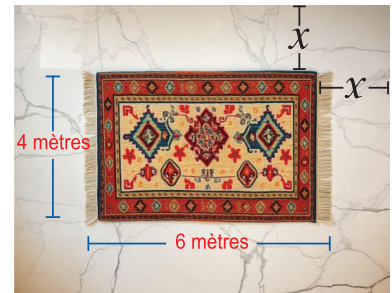
- Est-ce que $2 - X = X - 2$?
- Est-ce que $(2 - X)^2 = (X - 2)^2$?

■ Auto-évaluation ③

Un carré a la longueur de son côté $(2X + 3)$ cm. Trouve son aire en fonction de X .

Exemple ②

Asmaa a recouvert une partie du sol de sa chambre avec un tapis coloré de forme rectangulaire de dimensions 4 mètres et 6 mètres, en laissant des espaces du sol de la chambre de sorte que les dimensions entre les quatre murs et les bords du tapis soient égales comme illustré dans la figure ci-contre. Détermine l'aire non couverte du sol de la chambre en fonction de X .



✓ ∴ L'aire non couverte du sol de la chambre = L'aire du sol de la chambre – l'aire du tapis

$$\begin{aligned} \therefore (2X + 6)(2X + 4) - 6 \times 4 &= 4X^2 + 8X + 12X + 24 - 24 \\ &= 4X^2 + 20X \end{aligned}$$

Cela signifie que l'aire non couverte du sol de la chambre est égale à $(4X^2 + 20X)$ mètres carrés.

Cas particuliers

1 Développement d'un carré d'une expression algébrique binomiale

$$\begin{aligned} (a + b)^2 &= (a + b)(a + b) \\ &= a(a + b) + b(a + b) \\ &= a^2 + ab + ba + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 \end{aligned}$$

Le premier terme Le second terme

Le carré du premier terme Le double du produit des deux termes, le premier et le second Le carré du second terme

Par exemple: $(X + 3)^2 = X^2 + 2 \times X \times 3 + 3^2 = X^2 + 6X + 9$

$$\begin{aligned} (a - b)^2 &= (a - b)(a - b) \\ &= a(a - b) - b(a - b) \\ &= a^2 - ab - ba + b^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

Par exemple: $(X - 2)^2 = X^2 - 2 \times X \times 2 + 2^2 = X^2 - 4X + 4$

Exemple ③

Trouve le développement de chacun de ce qui suit:

① $(4 - X)^2$ ② $(2X + 5)^2$



① $(4 - X)^2 = 4^2 - 2 \times 4 \times X + X^2 = 16 - 8X + X^2$

② $(2X + 5)^2 = (2X)^2 + 2 \times 2X \times 5 + 5^2 = 4X^2 + 20X + 25$

■ Remarque que

Lorsqu'on multiplie la somme de deux termes par leur différence, remarque que les deux derniers termes dans les deux expressions, chacun d'eux étant l'opposé de l'autre, donc le produit des deux derniers termes est toujours négatif.

■ Auto-évaluation ④

Trouve sous la forme la plus simple:

- ① $(a - 4)(a + 4)$
- ② $(X + 5)(5 - X)$
- ③ $(3b + 2)(3b - 2)$
- ④ $(a + b)^2 - (a + b)(a - b)$

■ Auto-évaluation ⑤

Trouve sous la forme la plus simple le produit de chacun de ce qui suit:

- ① $(X + 2)(X^2 - X + 3)$
- ② $(2X - 3)(6X + 4X^2 + 9)$

■ Remarque que

Lors de l'utilisation de la méthode verticale pour multiplier les expressions algébriques, il est préférable d'organiser l'expression par ordre croissant ou décroissant selon l'exposant de la variable dans l'expression.

2 Produit de la somme de deux termes par leur différence

$$\begin{aligned}(a + b)(a - b) &= a(a - b) + b(a - b) \\ &= a^2 - \cancel{ab} + \cancel{ba} - b^2 = a^2 - b^2\end{aligned}$$

$\uparrow$
 Le carré
du premier
terme

$\uparrow$
 Le carré
du second
terme

Par exemple: $(X + 3)(X - 3) = X^2 - 3^2 = X^2 - 9$

Exemple 4

Trouve sous la forme la plus simple chacun de ce qui suit:

- ① $(3X + 2)(3X - 2)$
- ② $(4a - 3b)^2 - (4a - 3b)(4a + 3b)$



① $(3X + 2)(3X - 2) = (3X)^2 - 2^2 = 9X^2 - 4$

② $(4a - 3b)^2 - (4a - 3b)(4a + 3b)$
 $= (4a)^2 - 2(4a)(3b) + (3b)^2 - ((4a)^2 - (3b)^2)$
 $= \cancel{16a^2} - 24ab + 9b^2 - \cancel{16a^2} + 9b^2 = -24ab + 18b^2$

Multiplier une expression algébrique à deux termes par une expression algébrique contenant plus de deux termes

Exemple 5

Trouve sous la forme la plus simple le produit de chacun de ce qui suit:

- ① $(X - 2)(X^2 - 3X + 5)$
- ② $(2X + 3)(1 + 3X^2 - 2X)$



Utilise la propriété de distribution:

① $(X - 2)(X^2 - 3X + 5)$
 $= X(X^2 - 3X + 5) - 2(X^2 - 3X + 5)$
 $= X^3 - 3X^2 + 5X - 2X^2 + 6X - 10$
 $= X^3 - 5X^2 + 11X - 10$

② $(2X + 3)(1 + 3X^2 - 2X) = 2X(1 + 3X^2 - 2X) + 3(1 + 3X^2 - 2X)$
 $= 2X + 6X^3 - 4X^2 + 3 + 9X^2 - 6X$
 $= 6X^3 + 5X^2 - 4X + 3$

■ La méthode verticale

$X^2 - 3X + 5$	$X^2 - 3X + 5$
$X - 2$	$X - 2$
	$X^3 - 3X^2 + 5X$
	$- 2X^2 + 6X - 10$
	$X^3 - 5X^2 + 11X - 10$

► Essaie par toi-même de réaliser l'opération de multiplication par la méthode verticale.

Évaluation de la leçon



Premièrement

Mesurer les concepts



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

- | | |
|--|--|
| <p>① Quel est le nombre de termes de l'expression résultante du produit $(X - 3)(X + 4)$ sous la forme la plus simple?
(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4</p> <p>③ Si $(3X - 7)^2 = aX^2 + bX + c$, quelle est la valeur de b?
(a) -42 (b) -21 (c) 21 (d) 42</p> | <p>② Si $(X - 5)(X + 2) = X^2 + bX + c$, quelle est la valeur de c?
(a) -10 (b) -7 (c) 7 (d) 10</p> <p>④ Si $(X - 5)(X + 5) = X^2 + bX + c$, quelle est la valeur de b?
(a) -25 (b) -10 (c) 0 (d) 10</p> |
|--|--|

► Découvre l'erreur:

- ⑤ Nagwa et Ahmed ont trouvé le développement de $(2X - 3)^2$, laquelle des solutions est correcte? Discute.

La solution de Nagwa:

$$(2X - 3)^2 = (2X)^2 - 2(2X)(3) + 3^2 \\ = 4X^2 - 12X + 9$$

La solution d'Ahmed:

$$(2X - 3)^2 = (2X)^2 - 3^2 \\ = 4X^2 - 9$$

Deuxièmement

Appliquer les concepts scientifiques



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

- | | |
|--|---|
| <p>⑥ Si $X + Y = 15$ et $X - Y = 5$, quelle est la valeur de $X^2 - Y^2$?
(a) 75 (b) 20 (c) 10 (d) 3</p> <p>⑧ Quel est le résultat de la soustraction $(a + b)^2$ de $(a - b)^2$?
(a) $2ab$ (b) $-2ab$ (c) $-4ab$ (d) $4ab$</p> | <p>⑦ Si $(X + Y)^2 = 16$ et $XY = 3$, quelle est la valeur de $X^2 + Y^2$?
(a) $5\frac{1}{3}$ (b) 10 (c) 13 (d) 48</p> |
|--|---|

► Trouve le produit de chacun de ce qui suit:

- | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|
| ⑨ $(a + 3)(a + 4)$ | ⑩ $(X + 3)(5 - X)$ | ⑪ $(X - 7)(2X - 1)$ |
| ⑫ $(3X + 1)(X - 3)$ | ⑬ $(3 - 2m)(m - 4)$ | |

► Trouve le développement de chacun de ce qui suit:

- | | | |
|---------------|---------------|----------------|
| ⑭ $(X + 7)^2$ | ⑮ $(X - 6)^2$ | ⑯ $(2X - 9)^2$ |
|---------------|---------------|----------------|

► Trouve le produit de chacun de ce qui suit:

- | | | |
|----------------------|--|----------------------|
| ⑰ $(4X - 3)(4X + 3)$ | ⑱ $(\frac{1}{2}X + 1)(\frac{1}{2}X - 1)$ | ⑲ $(7 - 5X)(5X + 7)$ |
|----------------------|--|----------------------|

► Trouve le produit de chacun de ce qui suit:

⑳ $(2x - 1)(x^2 - 3x + 4)$ ㉑ $(x + 3)(x + 2)^2$ ㉒ $(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)$

㉓ Réduis à la forme la plus simple l'expression: $(2n - 1)^2 - (2n + 1)(2n - 1)$, puis trouve la valeur numérique de l'expression résultante lorsque $n = -3$

► Trouve l'ensemble des solutions pour chacune des deux équations suivantes dans $\mathbb{Q}$:

㉔ $(x - 2)(x + 2) = 5$ ㉕ $(x - 3)(x^2 + 3x + 9) = 0$

Troisièmement

L'analyse et l'intégration des disciplines

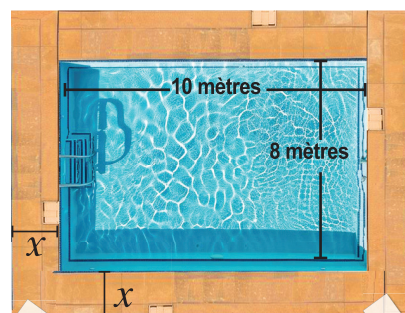


②⑥ **Géométrie:** Un carré dont la longueur de son côté est $(x + 3)$ unités de longueur. Trouve son aire en fonction de x , puis trouve la valeur numérique de l'aire lorsque $x = 7$

②⑦ **Géométrie:** Un rectangle dont sa longueur est $(2x + 5)$ unités de longueur et dont sa longueur dépasse sa largeur de 4 unités de longueur. Trouve son aire en fonction de x , puis trouve la valeur numérique de l'aire lorsque $x = 3$

②⑧ **Mathématiques:**

La figure ci-contre montre une piscine dont ses dimensions sont 10 mètres et 8 mètres, entourée d'un couloir de largeur x mètres. Écris une expression algébrique qui représente l'aire de la piscine et du couloir ensemble en fonction de x .



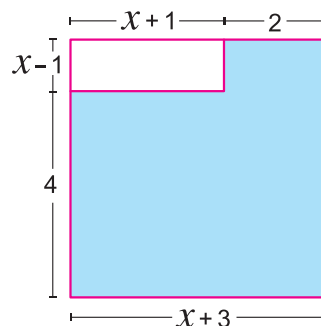
La natation contribue à améliorer la condition physique



Les fleurs ajoutent une touche esthétique aux jardins et aux maisons et aident à améliorer l'humeur et la santé mentale.

②⑨ **Agriculture:**

La figure ci-contre montre un chemin dont sa largeur est x mètres autour d'un parterre de fleurs de forme rectangulaire dont sa longueur est 15 mètres et sa largeur est 6 mètres. Quelle est l'aire de ce chemin en fonction de x ?



③⑩ **Géométrie:**

Trouve en fonction de x l'aire de la partie ombragée dans la figure ci-contre, puis trouve la valeur numérique de l'aire lorsque $x = 2$

Pensée créative



③① Si la longueur de chaque côté du carré augmente de 2 cm, alors son aire augmente de 24 centimètres carrés, quelle était la longueur du côté du carré avant l'augmentation?

Évalue ta compréhension

Quel est ton niveau de compréhension de la multiplication des expressions algébriques? Coche la case appropriée.



Leçon 2 - 4

Division d'un terme algébrique ou d'une expression algébrique par un terme algébrique



Résultats d'apprentissage

- Diviser un terme algébrique par un autre terme algébrique.
- Diviser une expression algébrique par un terme algébrique.

Vocabulaire

- Terme algébrique
- Expression algébrique
- Division
- Le dividende
- Le diviseur
- Quotient

Rappelle-toi

- Le quotient de deux nombres ayant le même signe est un nombre positif.
- Le quotient de deux nombres de signes différents est un nombre négatif.

Sois prêt!



La voie des béliers se situe dans la ville de Louxor et c'est à l'origine une voie royale en forme de rectangle reliant le « Temple de Louxor » au « Temple de Karnak ».

Elle a été nommée ainsi car elle est ornée de statues en forme de béliers de chaque côté et les rois de l'Égypte ancienne l'utilisaient lors des célébrations et des rituels religieux.



La voie des béliers à Louxor

Supposons que l'aire de cette voie soit égale à $(7Xy^2 + 11X^3y)$ mètres carrés et que la largeur de la voie soit (Xy) mètres, quelle est la longueur de cette voie en fonction de X et y ?

Puis trouve la longueur et la largeur lorsque $X = 4$ et $y = 19$.

Dans cette leçon, tu apprendras à diviser les termes algébriques et à diviser une expression algébrique par un terme algébrique, ce qui te permettra de résoudre ce type de problèmes.

Réfléchis et discute!



Si tu connais, par la multiplication des termes algébriques, que:

$$(3Xy^2)(2X^2y^3) = 6X^3y^5$$

Peux-tu calculer: $\frac{6X^3y^5}{3Xy^2}$?

Et quelle est la valeur numérique du quotient lorsque $X = 3$ et $y = 2$?

Apprends!



Division d'un terme algébrique par un autre terme algébrique

Lors de la division d'un terme algébrique par un autre terme algébrique, nous divisons les coefficients et nous soustrayons les exposants des variables ayant la même base.

Par exemple:
$$\overbrace{(-14X^6)}^{\text{La soustraction des exposants}} : \overbrace{(2X^2)}^{\text{La division des coefficients}} = -7X^4$$

Avec la remarque que la division par zéro n'a pas de sens, donc toutes les problèmes utilisant des variables doivent avoir un diviseur qui n'est pas égal à zéro.

■ Auto-évaluation ①

Trouve le quotient dans chacun de ce qui suit:

$$① \frac{-45a^5}{-3a^3}$$

$$② \frac{18x^2y^3}{-2x^2y}$$

■ Guide de la solution

Dans chaque cas de dividende et de diviseur, si la même variable apparaît avec le même exposant, elle doit être supprimée, car leur quotient est égal à 1, puis poursuis le processus de division. Par exemple, dans le problème ③

$$\frac{15a^3\cancel{b^2}\cancel{c}}{3a^2\cancel{b^2}\cancel{c}} = \frac{15a^3}{3a^2} = 5a$$

■ Auto-évaluation ②

Trouve le quotient dans chacun de ce qui suit:

$$① \frac{-15a^3x^2 + 10a^4x^3}{-5a^3x^2}$$

$$② \frac{49x^3 - 14x^2 + 21x}{-7x}$$

$$③ \frac{6x^3(3x^2 - 6x - 9)}{9x^2}$$

Exemple ①

Trouve le quotient dans chacun de ce qui suit:

$$① \frac{9x^4}{-3x^3}$$

$$② \frac{-12x^5y^2}{-4x^2y}$$

$$③ \frac{15a^3b^2c}{3a^2b^2c}$$



$$① \frac{9x^4}{-3x^3} = -3x$$

$$② \frac{-12x^5y^2}{-4x^2y} = 3x^3y$$

$$③ \frac{15a^3b^2c}{3a^2b^2c} = 5a$$

Division d'une expression algébrique par un terme algébrique

Tu as appris de ton étude des fractions ordinaires que:

$$\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$$

$$\frac{a-b}{c} = \frac{a}{c} - \frac{b}{c}$$

Et nous allons utiliser la même méthode lors de la division d'une expression algébrique par un terme algébrique, en divisant chaque terme de l'expression par ce terme.

Par exemple:

$$\bullet \frac{10x^2 + 8x}{2x} = \frac{10x^2}{2x} + \frac{8x}{2x} = 5x + 4$$

$$\bullet \frac{9x^3 - 6x^2}{3x} = \frac{9x^3}{3x} - \frac{6x^2}{3x} = 3x^2 - 2x$$

Exemple ②

Trouve le quotient dans chacun de ce qui suit:

$$① \frac{18x^3 + 12x^2 - 6x}{-6x}$$

$$② \frac{3ab^2 + 9a^2b - 6a^2b^2}{3ab}$$

$$③ \frac{-8x^2(4x^2 - 2x - 6)}{4x}$$



$$① \frac{18x^3 + 12x^2 - 6x}{-6x} = \frac{18x^3}{-6x} + \frac{12x^2}{-6x} + \frac{-6x}{-6x} \\ = -3x^2 - 2x + 1$$

$$② \frac{3ab^2 + 9a^2b - 6a^2b^2}{3ab} = \frac{3ab^2}{3ab} + \frac{9a^2b}{3ab} - \frac{6a^2b^2}{3ab} = b + 3a - 2ab$$

■ Diversité des stratégies

Tu peux résoudre le problème ③, en divisant d'abord $(-8X^2)$ sur $(4X)$ avant de déployer les parenthèses, puis d'effectuer la multiplication comme suit:

$$\begin{aligned} & \frac{-8X^2(4X^2 - 2X - 6)}{4X} \\ &= -2X(4X^2 - 2X - 6) \\ &= -8X^3 + 4X^2 + 12X \end{aligned}$$

■ Auto-évaluation ③

Si l'aire d'un rectangle est égale à $(4X^4 + 8X^3 + 12X^2)$ unités carrées et que l'une de ses dimensions est $4X^2$ unités de longueur, trouve l'autre dimension en fonction de X .

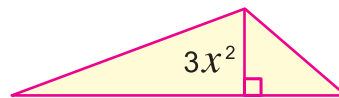
■ Auto-évaluation ④

Une boulangerie prépare $(10X^3 + 15X^2 + 5X)$ morceaux de biscuits et les met dans des boîtes de sorte que chaque boîte contienne $(5X)$ morceaux de biscuits. Trouve le nombre de boîtes dont la boulangerie a besoin pour emballer les biscuits en fonction de X .

$$\begin{aligned} \text{③ } & \frac{-8X^2(4X^2 - 2X - 6)}{4X} = \frac{-32X^4 + 16X^3 + 48X^2}{4X} \\ &= \frac{-32X^4}{4X} + \frac{16X^3}{4X} + \frac{48X^2}{4X} \\ &= -8X^3 + 4X^2 + 12X \end{aligned}$$

Exemple ③

Si l'aire du triangle ci-contre est égale à $(15X^4 + 6X^3 + 9X^2)$ unités carrées, trouve la longueur de sa base en fonction de X , si sa hauteur correspondante à cette base est égale à $(3X^2)$ unités de longueur, puis calcule la valeur numérique de la longueur de la base lorsque $X = 3$.



✓ ∴ L'aire du triangle = $\frac{1}{2}$ la longueur de la base $\times$ la hauteur correspondante

∴ La longueur de la base = $\frac{\text{Le double de l'aire du triangle}}{\text{La hauteur}}$

c'est-à-dire que la longueur de la base en fonction de X est égale à:

$$\begin{aligned} \frac{2(15X^4 + 6X^3 + 9X^2)}{3X^2} &= \frac{30X^4 + 12X^3 + 18X^2}{3X^2} \\ &= 10X^2 + 4X + 6 \end{aligned}$$

La valeur numérique de la longueur de la base en unités de longueur est égale à:

$$10 \times 3^2 + 4 \times 3 + 6 = 90 + 12 + 6 = 108$$

Exemple ④

Un jardin de forme rectangulaire a pour dimensions $(4X)$, $(12X^3 + 18X^2 + 30X)$ des unités de longueur. Walid veut le diviser en bassins carrés où chaque bassin a une aire de $(4X^2)$ unités d'aire.



Trouve le nombre de bassins en fonction de X .

✓ L'aire du jardin en unités d'aire est égale à:

$$4X(12X^3 + 18X^2 + 30X) = 48X^4 + 72X^3 + 120X^2$$

Le nombre de bassins en fonction de X est égal à:

$$\frac{48X^4 + 72X^3 + 120X^2}{4X^2} = 12X^2 + 18X + 30$$

Évaluation de la leçon



Premièrement

Mesurer les concepts



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

① $24x^3 : (-6x^2) = \dots\dots\dots$

- (a) -4 (b) $-4x$
(c) $-4x^5$ (d) $-4x^2$

③ $\frac{a+b}{c} = \dots\dots\dots$

- (a) $a + \frac{b}{c}$ (b) $\frac{a}{c} + b$
(c) $\frac{a}{c} + \frac{b}{c}$ (d) $\frac{ab}{c}$

⑤ $\frac{3x^2 - 6x}{3x} = \dots\dots\dots$

- (a) $-x$ (b) $-x^2$
(c) $x^2 - 2x$ (d) $x - 2$

② Si $\frac{8x^2}{a} = 1$, quelle est la valeur de a ?

- (a) -1 (b) 1
(c) $-8x^2$ (d) $8x^2$

④ $(x^3 + x^2) : x^2 = \dots\dots\dots$

- (a) zéro (b) x
(c) $x + 1$ (d) $2x + 1$

⑥ $\dots\dots\dots : (-2x^2y) = 12xy^2$

- (a) $6xy$ (b) $-6xy$
(c) $24x^3y^3$ (d) $-24x^3y^3$

Deuxièmement

Appliquer les concepts scientifiques



► Trouve le quotient dans chacun de ce qui suit:

⑦ $(27x^3) : (9x)$

⑧ $-18x^2 : (-3x^2)$

⑨ $(x - x^2 - x^3) : (-x)$

⑩ $(2x - 4x^2 + 8x^3) : (2x)$

► Simplifie chacun de ce qui suit à la forme la plus simple:

⑪ $\frac{x^2}{-x} + \frac{-4x}{x} - \frac{3x^3}{x^2}$

⑫ $\frac{28x^2 - 42x}{7x} + \frac{14x^2 - 35x}{-7x}$

⑬ $\frac{2x(6x^2 - 2x + 8)}{4x}$

⑭ $\frac{48x^4 - 144x^3 - 96x^2}{-6x \times 8x}$

⑮ Si $(30x^2y^3 - 15xy) : (-3x) = nxy^3 + 5y$,
quelle est la valeur de n ?

► Découvre l'erreur:

- 16) Samar et Anas ont tous deux trouvé le quotient: $\frac{4x^2 - 6x}{-2x}$, lequel d'entre eux a suivi la bonne méthode de résolution? Discute.

La solution de Samar:

$$\frac{4x^2 - 6x}{-2x} = \frac{4x^2}{-2x} + \frac{-6x}{-2x} = -2x + 3$$

La solution d'Anas:

$$\frac{4x^2 - 6x}{-2x} = \frac{4x^2}{-2x} - \frac{-6x}{-2x} = -2x - 3$$

Troisièmement

L'analyse et l'intégration des disciplines



- 17) **Consommation de carburant:** Si la consommation de carburant d'une voiture durant un des voyages est égale à $(9x^3 + 18x^2 + 27x)$ litres et que la voiture consomme $9x$ litres de carburant par kilomètre, combien de kilomètres la voiture a-t-elle parcouru pendant le voyage en fonction de x ?



Réduire la consommation de carburant aide à maintenir l'environnement propre.

- 18) **Éducation:** Si le nombre d'élèves d'une école est égal à $(25x^4 + 50x^3 + 75x^2)$ et que le nombre d'élèves par classe est égal à $(25x)$, combien y a-t-il de classes en fonction de x ?
- 19) **Peinture des murs:** Lors de la peinture d'un mur d'aire $(12x^3 + 72x^2 + 48x)$ mètres carrés. Si chaque pot de peinture couvre une aire de $(12x)$ mètres carrés, combien de pots de peinture en a-t-on besoin en fonction de x ?



Les espaces verts jouent un rôle important dans la purification de l'air et l'amélioration de l'état psychologique de l'individu.

- 20) Un jardin de forme rectangulaire a une aire $(15a^3b^2 + 20a^2b^3 - 25a^2b^2)$ mètres carrés et sa longueur est $(5a^2b^2)$ mètres. Trouve sa largeur en fonction de a et b et si $a = 2$ et $b = 1$, trouve la valeur numérique de la largeur du jardin.

Pensée créative



- 21) Un parallélépipède rectangle de volume $(24x^3 + 32x^2y)$ centimètres cubes et dont la base est un carré de côté $(2x)$ cm. Trouve sa hauteur en fonction de x et y , puis trouve la valeur numérique de la hauteur lorsque $x = 2$ et $y = 1$.

Évalue ta compréhension

Quel est ton niveau de compréhension de la division d'un terme algébrique ou d'une expression algébrique par un terme algébrique? Coche la case appropriée.



Leçon 2 - 5

Division des expressions algébriques



■ Résultats d'apprentissage

- Diviser une expression algébrique par une autre expression algébrique composée de deux termes.
- Appliquer la division des expressions algébriques dans la résolution de problèmes.

■ Vocabulaire

- Division
- Expression algébrique
- Le dividende
- Le diviseur
- Le quotient

■ Rappelle-toi

Le processus de division longue dans les nombres

$$972 : 4$$

Les étapes

► Divise

► Multiplie

► Soustrais

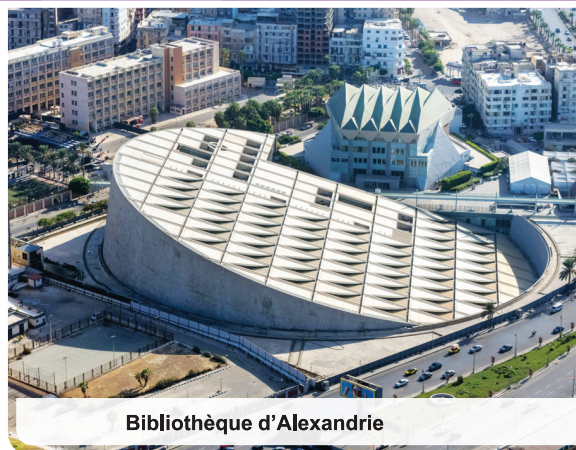
► Abandonne

$$\begin{array}{r} 243 \\ 4 \overline{) 972} \\ \underline{-8} \\ 17 \\ \underline{-16} \\ 12 \\ \underline{-12} \\ 0 \end{array}$$

Sois prêt!



La Bibliothèque d'Alexandrie moderne est l'une des plus importantes bibliothèques et centres culturels au monde. Supposons que le nombre de livres présents dans l'une des salles de la bibliothèque soit égal à $(8X^3 + 1)$ livres, et que le nombre de livres sur chaque étagère soit égal à $(2X + 1)$ livres, quel est le nombre d'étagères dans la salle?



Bibliothèque d'Alexandrie

Dans cette leçon, tu apprendras comment diviser une expression algébrique par une autre expression algébrique, ce qui te permettra de résoudre ce type de problèmes.

Réfléchis et discute!



La figure ci-contre représente un modèle d'un terrain sous forme rectangulaire ayant une aire de $(X^2 + 7X + 12)$ mètres carrés et une largeur de $(X + 3)$ mètres.

Peux-tu trouver la longueur du terrain juste en regardant? Et peux-tu utiliser d'autres méthodes pour trouver la longueur du terrain?



Apprends!



En apprenant à multiplier des expressions algébriques, nous avons:

$$(X - 5)(X + 4) = X^2 - X - 20$$

Et puisque la division est l'opération inverse de la multiplication, tu peux en déduire ce qui suit:

$$\triangleright (X^2 - X - 20) : (X - 5) = X + 4$$

$$\triangleright (X^2 - X - 20) : (X + 4) = X - 5$$

Et la division peut être écrite comme suit:

Le diviseur

$$\begin{array}{r} X + 4 \leftarrow \text{Le quotient} \\ X - 5 \overline{) X^2 - X - 20} \leftarrow \text{Le dividende} \end{array}$$

Le diviseur

$$\begin{array}{r} X - 5 \leftarrow \text{Le quotient} \\ X + 4 \overline{) X^2 - X - 20} \leftarrow \text{Le dividende} \end{array}$$

Sachant que toutes les problèmes dans lesquels des variables sont utilisées ont un diviseur qui n'est pas égal à zéro.

■ Auto-évaluation ①

Trouve le quotient dans chacun des cas suivants:

- ① $x^2 - 4x - 12$ par $x - 6$
- ② $3x^2 + 10x - 8$ par $x + 4$

■ Guide de la solution

Écris les termes similaires les uns sous les autres lors de l'exécution de la division.

■ Auto-évaluation ②

Trouve le quotient dans chacun des cas suivants:

- ① $x^2 + 6 - 5x$ par $x - 3$
- ② $x^3 + 4x^2 - 5$ par $x - 1$

■ Remarque que

Avant de commencer la division, il faut ranger les termes du dividende et du diviseur par ordre décroissant ou croissant selon les puissances de la variable et de préférence en ordre décroissant.

■ Auto-évaluation ③

Si $(2x + 1)$ est l'un des facteurs de l'expression $(2x^2 - 7x - 4)$, trouve l'autre facteur.

Exemple 1

Trouve le quotient de $(x^2 - x - 20)$ par $(x - 5)$



- Divise x^2 par x , le résultat est x
- Multiplie x par $(x - 5)$, tu obtiens $x^2 - 5x$
- Soustrais $(x^2 - 5x)$ de $(x^2 - x - 20)$, tu obtiens $4x - 20$
- Répète les étapes précédentes jusqu'à ce que le reste de la soustraction soit égal à zéro et que le quotient soit $(x + 4)$

$$\begin{array}{r}
 x + 4 \\
 x - 5 \overline{) x^2 - x - 20} \\
 \underline{-(x^2 - 5x)} \\
 4x - 20 \\
 \underline{-(4x - 20)} \\
 0
 \end{array}$$

Remarque que: L'expression $(x^2 - x - 20)$ est le dividende, l'expression $(x - 5)$ est le diviseur et l'expression $(x + 4)$ est le quotient.

Exemple 2

Trouve le quotient de $(2x^3 + x^3 - 12)$ par $(x - 2)$



Écris le dividende après avoir classé ses termes par ordre décroissant selon les puissances de x comme ce qui suit:

$$2x^3 + 2x - 12$$

Et remarque qu'il n'y a pas de terme contenant x^2 , donc laisse-lui un espace vide.

- Le quotient est $(x^2 + 2x + 6)$

$$\begin{array}{r}
 x^2 + 2x + 6 \\
 x - 2 \overline{) 2x^3 - 12} \\
 \underline{-(2x^3 - 4x^2)} \\
 4x^2 - 12 \\
 \underline{-(4x^2 - 8x)} \\
 8x - 12 \\
 \underline{-(8x - 16)} \\
 4
 \end{array}$$

Exemple 3

Si $(x - 3)$ est l'un des facteurs de l'expression $(3x^2 - 14x + 15)$, trouve l'autre facteur.



L'autre facteur est le quotient de $(3x^2 - 14x + 15)$ par $(x - 3)$
Cela signifie que l'autre facteur est $(3x - 5)$

$$\begin{array}{r}
 3x - 5 \\
 x - 3 \overline{) 3x^2 - 14x + 15} \\
 \underline{-(3x^2 - 9x)} \\
 -5x + 15 \\
 \underline{+5x - 15} \\
 0
 \end{array}$$

■ Auto-évaluation ④

Si l'expression
 $(X^3 - X^2 - 4X - m)$
est divisible par $(X - 3)$,
trouve la valeur de m .

■ Auto-évaluation ⑤

Un théâtre vend des billets
avec un revenu total de
 $(4X^2 + 16X + 12)$
livres. Si le prix de chaque
billet est $(4X + 4)$ livres,
détermine le nombre de
billets vendus en fonction
de X .

Exemple ④

Si l'expression $(X^3 + X^2 + a)$ est divisible par $(X - 2)$, trouve la valeur de a .



∴ le dividende est divisible par
le diviseur
∴ $a + 12 = 0$
∴ $a = -12$

$$\begin{array}{r} X^2 + 3X + 6 \\ X - 2 \overline{) X^3 + X^2 + a} \\ \underline{-(X^3 - 2X^2)} \\ 3X^2 + a \\ \underline{-(3X^2 - 6X)} \\ 6X + a \\ \underline{-(6X - 12)} \\ a + 12 \end{array}$$

Exemple ⑤

Lien avec la vie: Un appartement
de forme rectangulaire a une aire du
sol de $(X^3 + 15X^2 + 51X + 10)$
mètres carrés. Si la largeur du sol de
l'appartement est $(X + 10)$ mètres,
trouve la longueur du sol de
l'appartement en fonction de X , puis
calcule la valeur numérique du périmètre
du sol de l'appartement, lorsque $X = 2$.



∴ La longueur du sol de l'appartement
 $= \frac{\text{L'aire}}{\text{La largeur}}$
∴ La longueur du sol de l'appartement
 $= (X^2 + 5X + 1)$ mètres,
lorsque $X = 2$:
∴ La largeur $= 2 + 10$
 $= 12$ mètres.
La longueur $= 4 + 10 + 1$
 $= 15$ mètres.
∴ Le périmètre du sol de
l'appartement $= 2(12 + 15)$
 $= 54$ mètres.

$$\begin{array}{r} X^2 + 5X + 1 \\ X + 10 \overline{) X^3 + 15X^2 + 51X + 10} \\ \underline{-(X^3 + 10X^2)} \\ 5X^2 + 51X + 10 \\ \underline{-(5X^2 + 50X)} \\ X + 10 \\ \underline{-(X + 10)} \\ 0 \end{array}$$

Évaluation de la leçon



Premièrement

Mesurer les concepts



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

① Si $\frac{2X+a}{X+3} = 2$, quelle est la valeur de a ?
(a) 2 (b) 3 (c) 5 (d) 6

③ Si $\frac{X-2}{2-X} = a$, quelle est la valeur de a ?
(a) -2 (b) -1 (c) 1 (d) 2

② Si $\frac{3X+15}{X-a} = 3$, quelle est la valeur de a ?
(a) -5 (b) -3 (c) 3 (d) 5

④ Si le quotient de $(X^2 - 2X - 35)$ par $(X + 5)$ est $(X + b)$, quelle est la valeur de b ?
(a) -7 (b) -5 (c) 5 (d) 7

⑤ Si le quotient de $(X^3 - 4X)$ par $(X - 2)$ est $(aX + X^2)$, quelle est la valeur de a ?
(a) -4 (b) -2 (c) 2 (d) 4

► Découvre l'erreur:

⑥ Omar et Khaled ont divisé $(X^2 + 3X - 4)$ par $(X + 4)$, et le quotient dans la solution de chacun d'eux était $(X - 1)$.
Est-ce que la solution de chacun d'eux est correcte? Discute.

La solution d'Omar:

$$\begin{array}{r} X-1 \\ X+4 \overline{) X^2 + 3X - 4} \\ \underline{-(X^2 + 4X)} \\ -X - 4 \\ \underline{+(X)} \\ -4 \\ \underline{+(4)} \\ 0 \end{array}$$

La solution de Khaled:

$$\begin{array}{r} X^2 - 4 \\ X \overline{) X^2 - 4} \\ \underline{X - 1} \end{array}$$

Deuxièmement

Appliquer les concepts scientifiques



► Trouve le quotient de chacune des expressions suivantes:

⑦ $(X^2 + 9X + 20)$ par $(X + 4)$

⑨ $(2 + 2Y^2 - 5Y)$ par $(Y - 2)$

⑪ $(7X - 5X^2 + 2X^3 - 6)$ par $(2X - 3)$

⑬ $(25Y^2 - 9X^2)$ par $(5Y - 3X)$

⑧ $(X + X^2 - 2)$ par $(X - 1)$

⑩ $(X^2 - 10X + 25)$ par $X - 5$

⑫ $(X^3 - 27)$ par $(X - 3)$

⑭ $(X^4 - 1)$ par $(X^2 + 1)$

► Réponds aux questions suivantes:

⑮ Divise $(-3X^2 + X^3 - X + 6)$ par $(X - 2)$, puis trouve la valeur numérique du quotient lorsque $X = 3$

⑯ Si $(X - 4)$ est l'un des facteurs de l'expression $(X^2 - 5X + 4)$, trouve l'autre facteur.

⑰ Trouve la valeur de b qui rend l'expression $(4X^2 + 11X + b)$ divisible par $(4X - 1)$

Troisièmement

L'analyse et l'intégration des disciplines

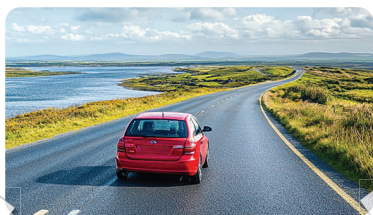


- 18 **Carrelage des sols:** Un ouvrier pose le carrelage du sol d'une pièce de forme rectangulaire. L'aire totale du sol est égale à $(X^2 + 7X + 12)$ mètres carrés. Si la largeur du sol est égale à $(X + 3)$ mètres, trouve la longueur du sol en fonction de X .



Le choix de matériaux adhésifs appropriés est une étape essentielle pour le succès de la pose de carrelage.

- 19 **Fabrication:** Une entreprise emballe ses produits dans des boîtes, chaque boîte ayant la forme d'un parallélépipède dont son volume est égal à $(X^3 + 6X^2 + 11X + 6)$ centimètres cubes, et dont sa hauteur est égale à $(X + 2)$ cm. Trouve l'aire de la base de la boîte en fonction de X .



Le respect des vitesses limites lors de la conduite t'évite les accidents de la route.

- 20 **Sciences:** Une voiture se déplace sur une route droite à une vitesse de $(2X + 4)$ mètres/heure. Calcule le temps que met cette voiture, en heures, pour parcourir une distance de $(2X^3 + 8X^2 + 8X)$ mètres en fonction de X .

- 21 **Décoration:** Si le coût total de la peinture d'un mur est de $(2X^2 + 8X + 6)$ livres et que le coût de la peinture par mètre carré du mur est de $(2X + 2)$ livres, trouve l'aire du mur en fonction de X .



L'effet esthétique est obtenu par le choix de la couleur de peinture appropriée.



Le pavage des routes contribue à améliorer la sécurité routière.

- 22 **Pavage des routes:** Une entreprise de construction pave une route rectangulaire. Si l'aire totale de l'asphalte nécessaire pour la route est de $(3X^3 + 14X^2 + 13X + 20)$ mètres carrés et que la largeur de la route est de $(X + 4)$ mètres, trouve la longueur de la route en fonction de X .

Pensée créative



- 23 **Géométrie:** ABC est un terrain en forme de triangle dont son aire est de $(6X^2 + 7Xy + 2y^2)$ mètres carrés. Si la longueur de $\overline{AB}$ est égale à $(2X + y)$ mètres, trouve la longueur de la perpendiculaire de C sur $\overleftrightarrow{AB}$ en fonction de X et y , puis trouve la valeur numérique de la longueur de cette perpendiculaire lorsque $X = 2$ et $y = 3$.

Évalue ta compréhension

Quel est ton niveau de compréhension de la division des expressions algébriques? Coche la case appropriée.


☐

☐

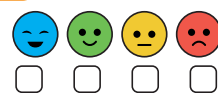
☐

☐

Évaluation de la deuxième unité

Évalue ta compréhension

Quel est ton niveau de compréhension de l'unité ?
Coche la case appropriée.



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

- | | |
|---|---|
| <p>① Si $-2X^3 \times X = aX^n$, quelle est la valeur de $a + n$?</p> <p>(a) -3 (b) -2
(c) 2 (d) 3</p> <p>③ Si $(X - 2)(X + 2) - 5 = 0$, quelle est la valeur de X où $X < 0$?</p> <p>(a) -9 (b) -2
(c) -1 (d) -3</p> | <p>② Si $X \in \mathbb{Z}$, laquelle des solutions suivantes est une solution de l'inéquation $1 - 2X < 3$?</p> <p>(a) 0 (b) -1 (c) -2 (d) -4</p> <p>④ Un rectangle dont son aire est $(X^2 + 6X + 8)$ unités carrées et dont sa longueur est $(X + 4)$ unités de longueur, quelle est la largeur du rectangle?</p> <p>(a) X (b) $X + 2$
(c) $X - 2$ (d) $X - 4$</p> |
|---|---|

► Complète ce qui suit:

- ⑤ $\frac{a^2 - a}{a - 1} = \dots\dots\dots$
- ⑥ Le coefficient ab dans le produit $(2a - 3b)$ et $(a - b)$ est égal à $\dots\dots\dots$
- ⑦ L'ensemble des solutions de l'inéquation $2X - 1 > X + 2$ dans $\mathbb{Z}$ est égal à $\dots\dots\dots$
- ⑧ Si $(3X - 4)^2 = aX^2 + bX + c$ alors: $b = \dots\dots\dots$

► Réponds aux questions suivantes:

- ⑨ Trouve sous la forme la plus simple le produit de $(X - 3)(2X^2 - X + 4)$, puis trouve la valeur numérique du résultat lorsque $X = -1$
- ⑩ Trouve l'ensemble des solutions de l'inéquation $2(3X - 1) \geq 4X - 3$ dans $\mathbb{Q}$.
- ⑪ Trouve le quotient de la division $(-2X^2y + 4Xy^2 - 6Xy)$ par $(-2Xy)$
- ⑫ Si la longueur de chaque côté d'un carré augmente de 3 cm, son aire augmente de 51 centimètres carrés, quelle était la longueur du côté du carré avant l'augmentation?

Activité de l'unité 2

► L'objectif de l'activité:

Rechercher sur des sites électroniques pour développer les compétences d'apprentissage collaboratif en utilisant la technologie numérique pour connaître l'une des méthodes de la multiplication d'expressions algébriques (Méthode FOIL)

► Les étapes de mise en œuvre:

- ① Former des équipes de travail composées de $(2 - 4)$ étudiants pour commencer à mettre en œuvre l'activité.
- ② Déterminer ce que signifient les lettres du mot (FOIL) concernant les expressions algébriques.
- ③ Décrire les similitudes entre cette méthode et la méthode présentée dans le manuel scolaire.
- ④ Collecter des données sur les principaux mathématiciens qui ont contribué au développement et à l'explication des termes algébriques et des expressions algébriques.



UNITÉ 3

La géométrie et la mesure

Les leçons de l'unité

3-1 Les aires

3-2 Les constructions géométriques

3-3 Les transformations géométriques

3-4 Composition des transformations géométriques

Les scientifiques considèrent que l'apprentissage continu est nécessaire pour suivre les évolutions dans l'utilisation de l'intelligence artificielle de manière efficace dans la conception et la production de formes géométriques complexes.

► Peut-on donc utiliser l'intelligence artificielle (IA) pour concevoir des formes géométriques complexes de manière rapide et précise?

Les enjeux et les compétences de vie

- La communication mathématique
- La mondialisation
- Le développement durable
- La compréhension mathématique
- La technologie des informations

Les valeurs

- La sécurité et la sûreté
- Le respect de l'autre
- La responsabilité
- L'appartenance



Leçon 3 - 1

Les aires



■ Résultats d'apprentissage

- Trouver l'aire du losange en connaissant la longueur de ses diagonales.
- Trouver l'aire du carré en connaissant la longueur de sa diagonale.
- Trouver l'aire du trapèze.
- Utilise les lois de calcul de l'aire pour résoudre les problèmes.

■ Vocabulaire

- Aire
- Périmètre
- Losange
- Carré
- Trapèze

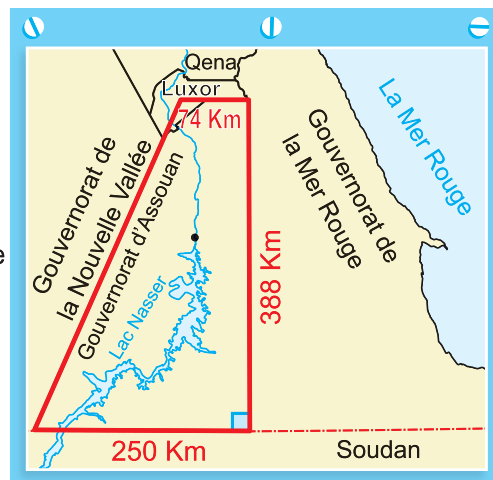
■ La notation en mathématiques

L'aire est généralement notée par la lettre A et le périmètre par la lettre P . La longueur du côté du carré ou du losange est notée par la lettre c , la longueur du rectangle par la lettre L , sa largeur par la lettre ℓ , la hauteur par la lettre h et la longueur de la base par la lettre b .

Sois prêt!



Le gouvernorat d'Aswan est situé au sud de la République arabe d'Égypte et c'est l'un des gouvernorats du Haut-Égypte. Aswan bénéficie de nombreux sites touristiques tels que le temple d'Abou Simbel et les temples de Philae et se distingue par ses paysages pittoresques le long du Nil, ainsi que par le haut barrage. Le gouvernorat d'Aswan ressemble sur la carte à un trapèze dont ses dimensions sont celles de la carte ci-contre.

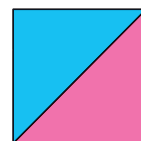
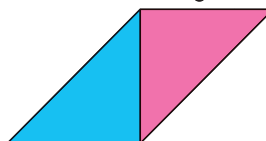
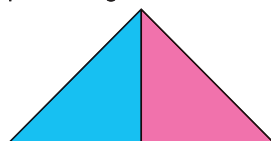


Quelle est l'aire approximative du gouvernorat d'Aswan en kilomètres carrés? Dans cette leçon, tu apprendras comment trouver les aires de certaines figures géométriques telles que le carré, le losange et le trapèze, ce qui te permettra de résoudre ce type de problèmes.

Réfléchis et discute!



L'enseignant a donné à ses élèves les deux triangles correspondants dans l'une des classes pour qu'ils réalisent de différentes figures géométriques, l'un d'eux a réalisé un carré, un autre a réalisé un parallélogramme et un troisième a réalisé un triangle.



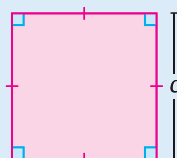
Ces figures ont-elles la même aire ou le même périmètre? Discute-en.

Apprends!



Tu as étudié dans les années précédentes les formules mathématiques pour trouver les aires et les périmètres de certaines figures géométriques telles que:

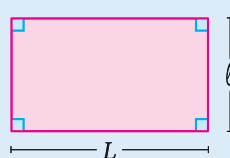
Le carré



$$P = 4c$$

$$A = c^2$$

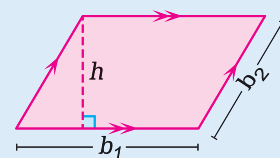
Le rectangle



$$P = 2(L + \ell)$$

$$A = L \times \ell$$

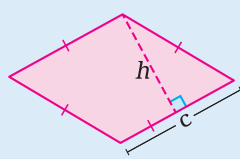
Le parallélogramme



$$P = 2(b_1 + b_2)$$

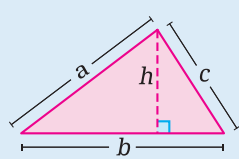
$$A = b_1 \times h$$

Le losange



$P = 4c$
 $A = c \times h$

Le triangle



$P = a + b + c$
 $A = \frac{1}{2} b \times h$

► Dans cette leçon, tu découvriras davantage de lois concernant le calcul des aires des figures géométriques.

■ Informations précédentes

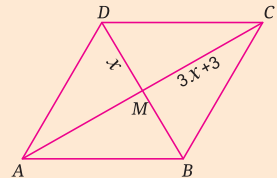
- Le losange est un parallélogramme dont deux côtés adjacents sont de même longueur.
- Les côtés du losange sont de même longueur.
- Les diagonales du losange sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.

■ Auto-évaluation ①

Un losange avec des longueurs de diagonales de 16 pouces et 30 pouces. Trouve son aire.

■ Auto-évaluation ②

$ABCD$ est un losange dont ses diagonales se coupent en M ,
 $MD = X$ et $MC = 3X + 3$
 Trouve l'aire du losange en fonction de X .



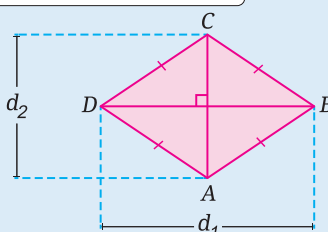
Puis trouve la valeur numérique de l'aire lorsque $X = 7$

L'aire du losange en connaissant la longueur de ses diagonales

L'aire du losange = $\frac{1}{2}$ Produit des longueurs de ses diagonales

En supposant que l'aire soit A et que les longueurs des diagonales soient d_1 et d_2

, alors: $A = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$



Exemple 1

Un losange avec des longueurs de diagonales de 5 mètres et 8 mètres. Trouve son aire.



L'aire du losange = $\frac{1}{2}$ Produit des longueurs de ses diagonales
 $A = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 = \frac{1}{2} \times 5 \times 8 = 20$
 Donc, l'aire du losange = 20 mètres carrés

Exemple 2

Un losange avec une longueur de côté de 10 pieds, une hauteur de 9,6 pieds et une longueur de l'une de ses diagonales de 12 pieds. Trouve la longueur de l'autre diagonale.



L'aire du losange = La longueur du côté $\times$ La hauteur
 $= 10 \times 9,6 = 96$ pieds carrés
 $\therefore A = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$
 $\therefore 96 = \frac{1}{2} \times 12 \times d_2$ $\therefore 96 = 6 \times d_2$ $\therefore d_2 = \frac{96}{6} = 16$
 Donc, la longueur de l'autre diagonale = 16 pieds

■ Information enrichissante

Les unités de mesure de longueur dans le système métrique sont:

- le millimètre, le centimètre, le décimètre, le mètre et le kilomètre, où:
- 1 cm = 10 mm
 - 1 dm = 10 cm
 - 1 m = 100 cm
 - 1 km = 1000 m

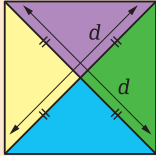
Les unités de mesure de longueur dans le système anglais sont:

- le pouce, le pied, le yard et le mile où:
- 1 pied = 12 pouces
 - 1 yard = 36 pouces = 3 pieds
 - 1 mile = 5280 pieds

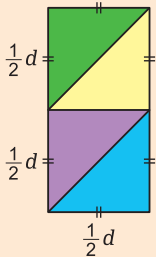
■ Modélisation

On peut déduire la loi de l'aire du carré en connaissant la longueur de sa diagonale comme ce qui suit:

► Dessine un carré comme suit:



► Découpe le carré, puis recolle-le de cette manière:



∴ L'aire du carré est égale à celle du rectangle

$$A = \frac{1}{2} d \times d = \frac{1}{2} d^2$$

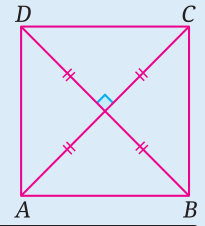
■ Auto-évaluation ③

Un carré dont la diagonale mesure 8 pieds et un parallélogramme dont la base mesure 10 pieds et la hauteur correspondante mesure 4 pieds. Trouve la somme de leurs aires.

L'aire du carré en connaissant la longueur de sa diagonale

Le carré est un losange dont les diagonales sont de même longueur, et donc:

$$\text{L'aire du carré} = \frac{1}{2} \times \text{longueur de la diagonale} \times \text{longueur de la diagonale}$$



C'est-à-dire que l'aire du carré = $\frac{1}{2}$ carré de la longueur de sa diagonale

En supposant que l'aire du carré soit A et que la longueur de sa diagonale soit d , alors: $A = \frac{1}{2} d^2$

Par exemple: Le carré dont la longueur de sa diagonale est de 6 cm a une aire en centimètres carrés:

$$A = \frac{1}{2} \times 6^2 = \frac{1}{2} \times 36 = 18$$

Exemple 3

Lequel a l'aire la plus grande?

Un carré dont sa diagonale mesure 12 cm ou un rectangle dont la longueur est de 11 cm et la largeur est de 7 cm.



En supposant que l'aire du carré soit A_1
 $\therefore A_1 = \frac{1}{2} d^2 = \frac{1}{2} \times 12^2 = \frac{1}{2} \times 144 = 72$

C'est-à-dire que l'aire du carré = 72 centimètres carrés

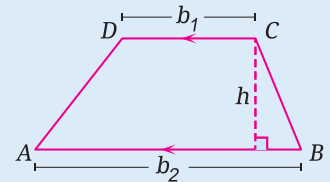
Et en supposant que l'aire du rectangle soit A_2
 $\therefore A_2 = L \times l = 11 \times 7 = 77$

C'est-à-dire que l'aire du rectangle = 77 centimètres carrés
 $\therefore$ L'aire du rectangle > L'aire du carré

L'aire du trapèze

Un trapèze est une forme quadrilatérale dans laquelle deux côtés seulement sont parallèles, chaque côté des deux côtés parallèles est appelé "base" et chaque côté des deux côtés non parallèles est appelé "jambe".

Par exemple : Dans la figure ci-contre, $ABCD$ est un trapèze, $\overline{AB}$ est sa grande base, $\overline{DC}$ est sa petite base, et $\overline{BC}$ et $\overline{AD}$ sont des jambes.



$$\text{L'aire du trapèze} = \frac{1}{2} \text{ la somme des longueurs des deux bases parallèles } \times \text{ la hauteur}$$

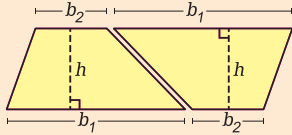
En supposant que l'aire du trapèze soit A , que les longueurs de ses deux bases parallèles soient b_1 et b_2 et que la hauteur soit h , alors:

$$A = \frac{1}{2} (b_1 + b_2) \times h$$

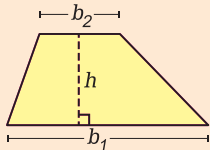
■ Modélisation

On peut déduire la loi de l'aire du trapèze comme ce qui suit:

- Dessine un parallélogramme dont la longueur de sa base ($b_1 + b_2$) et sa hauteur (h), puis découpe-le en deux parties comme ce qui suit:



- Tu obtiendras deux formes, chacune étant un trapèze comme ce qui suit:

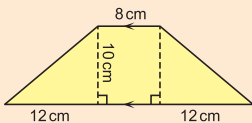


∴ L'aire du trapèze est égale à la moitié de l'aire du parallélogramme

$$\therefore A = \frac{1}{2} (b_1 + b_2) \times h$$

■ Auto-évaluation ④

Trouve l'aire du trapèze suivant.



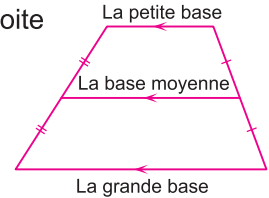
■ Auto-évaluation ⑤

Un trapèze a une aire de 45 pouces carrés et une hauteur de 5 pouces. Trouve la longueur de sa base moyenne.

Remarque

La base moyenne du trapèze est un segment de droite reliant les milieux de ses côtés.

La longueur de la base moyenne = $\frac{1}{2}$ la somme des longueurs des deux bases parallèles.

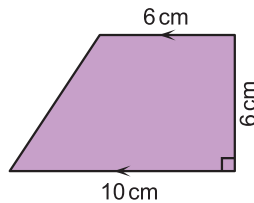


Ainsi, L'aire du trapèze = la longueur de la base moyenne $\times$ la hauteur

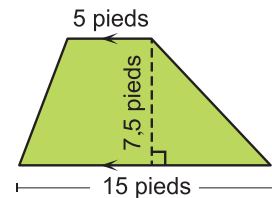
Exemple ④

Calcule l'aire du trapèze dans chacune des figures suivantes:

①



②



$$\textcircled{1} \therefore A = \frac{1}{2} (b_1 + b_2) \times h$$

$$\therefore A = \frac{1}{2} (6 + 10) \times 6 = 48$$

Donc, l'aire du trapèze = 48 centimètres carrés.

$$\textcircled{2} \therefore A = \frac{1}{2} (b_1 + b_2) \times h$$

$$\therefore A = \frac{1}{2} (5 + 15) \times 7,5 = 75$$

Donc, l'aire du trapèze = 75 pieds carrés.

Exemple ⑤

Un trapèze a une aire de 54 centimètres carrés et une hauteur de 9 cm.

Si la longueur de sa petite base est de 4 cm, trouve la longueur de sa grande base.



$$\therefore A = \frac{1}{2} (b_1 + b_2) \times h$$

$$\therefore 54 = \frac{1}{2} (4 + b_2) \times 9$$

$$\therefore 4 + b_2 = 12 \qquad \therefore b_2 = 8$$

Donc, la longueur de la grande base = 8 cm.

Évaluation de la leçon



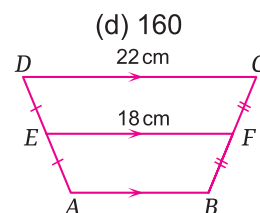
Premièrement

Mesurer les concepts



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

- ① Si l'aire d'un losange est de 100 unités carrées, quel est le produit des longueurs de ses diagonales?
(a) 25 (b) 50 (c) 100 (d) 200
- ② Si l'aire d'un carré est de 450 unités carrées, quelle est la longueur de sa diagonale en unités de longueur?
(a) 15 (b) 30 (c) 45 (d) 90
- ③ Un trapèze dont la somme des longueurs de ses bases parallèles est de 16 cm et sa hauteur est de 5 cm, quelle est son aire en centimètres carrés?
(a) 20 (b) 40 (c) 80 (d) 160
- ④ Dans la figure ci-contre:
Quelle est la longueur de $\overline{AB}$ en centimètres?
(a) 14 (b) 20 (c) 26 (d) 28
- ⑤ Un carré dont la longueur de son côté est C et son aire est A , quelle serait l'aire du carré dont la diagonale mesure $2C$?
(a) A (b) $2A$ (c) $4A$ (d) A^2



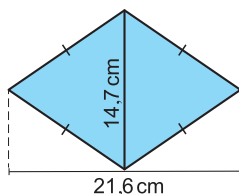
Deuxièmement

Appliquer les concepts scientifiques

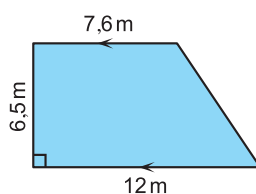


► Trouve l'aire de chacune des figures suivantes:

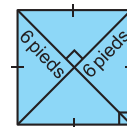
⑥



⑦



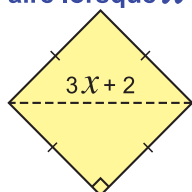
⑧



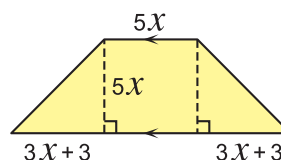
- ⑨ Un trapèze dont l'aire est de 175 mètres carrés et dont les longueurs de ses bases parallèles sont de 14 mètres et 21 mètres. Trouve sa hauteur.
- ⑩ Trouve la longueur de la diagonale du carré dont l'aire est égale à celle d'un losange dont les longueurs de ses diagonales sont de 4 mètres et 25 mètres.
- ⑪ Un trapèze dont l'aire est de 225 pouces carrés et dont la longueur de l'une de ses bases parallèles est de 23 pouces et sa hauteur est de 7,5 pouces, trouve la longueur de son autre base.

► Trouve en fonction de X l'aire de chacune des deux figures suivantes, puis trouve la valeur numérique de l'aire lorsque $X = 4$:

⑫

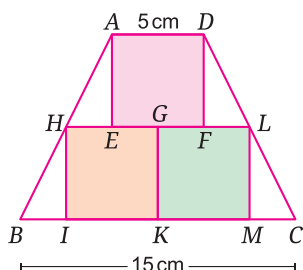


⑬

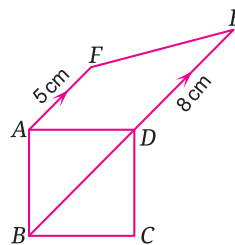


- ⑭ Un trapèze dont l'aire est de 315 centimètres carrés, sa hauteur est de 15 cm et le rapport entre les longueurs de ses bases est de 3 : 4, quelle est la longueur de chacune d'elles?

- 15 Trouve l'aire du trapèze $ABCD$ si $AEFD$, $HIKG$ et $GKML$ sont trois carrés dont les côtés sont égaux en longueur.



- 16 Calcule l'aire du trapèze $ABEF$ si $ABCD$ est un carré dont la longueur de sa diagonale est de 6 cm.

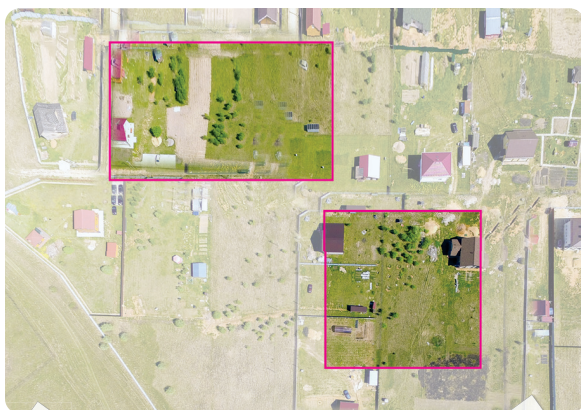


Troisièmement

L'analyse et l'intégration des disciplines



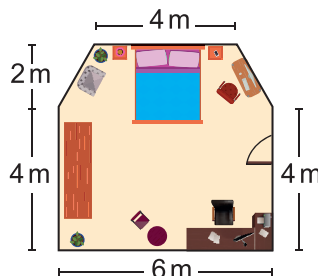
- 17 **Agriculture:** un terrain agricole de forme carrée dont la longueur de sa diagonale est de 8 kilomètres et dont l'aire est égale à celle d'une ferme rectangulaire de 4 kilomètres de large. Trouve la longueur de la ferme.



Le secteur agricole en Égypte a connu un grand nombre de grands projets agricoles, parmi lesquels le projet du million et demi d'acres.

- 18 Deux parcelles de terre d'aire égale, la première sous forme de losange avec des longueurs de diagonales de 8 mètres et 27 mètres et l'autre sous forme de trapèze avec une hauteur de 6 mètres. Trouve la longueur de sa base moyenne.

- 19 **Décoration:** la forme suivante montre les dimensions d'une chambre et il est souhaité de carreler son sol avec du carrelage. Si le prix de l'installation par mètre carré est de 120 livres, calcule le coût de l'installation du carrelage.

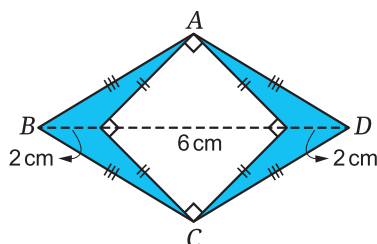


La distribution des meubles en fonction de l'aire de la maison reflète une conscience esthétique et un goût raffiné.

Pensée créative



- 20 Trouve l'aire de la partie colorée dans la figure suivante:



Évalue ta compréhension

Quel est ton niveau de compréhension des aires?
Coche la case appropriée.


☐

☐

☐

☐

Leçon 3 - 2

Les constructions géométriques



■ Résultats d'apprentissage

- Bissecter un angle.
- Bissecter un segment de droite.
- Dessiner un triangle en connaissant les longueurs de ses côtés.
- Dessiner un triangle en connaissant les longueurs de deux côtés et la mesure de l'angle compris entre eux.
- Tracer un triangle en connaissant les mesures de deux angles et la longueur du côté dessiné entre leurs sommets.

■ Vocabulaire

- Construction géométrique
- Angle
- Bissectrice
- Segment
- Triangle

■ Remarque que

L'utilisation du compas et de la règle pour bissecter les angles et les segments de droite est l'un des moyens précis de bissecter, indépendamment des mesures des angles et des longueurs des segments de droite.

■ Auto-évaluation ①

Dessine un angle mesurant 45° , puis bissecte-le en utilisant la règle et le compas. Assure-toi de la précision de la bissectrice de l'angle par la mesure.

Sois prêt!



Les ingénieurs, lorsqu'ils réalisent des conceptions géométriques, doivent déterminer les dimensions et les mesures des angles avec précision et ils utilisent pour cela divers outils géométriques.

Un ingénieur a découvert que l'échelle de sa règle n'était pas claire, comment peut-il déterminer le point médian d'un segment de droite dans l'une de ses conceptions?

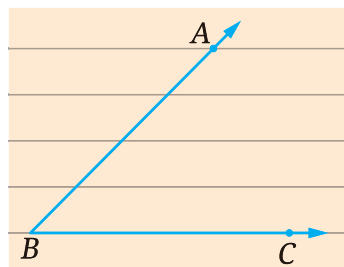


Dans cette leçon, tu apprendras à utiliser les outils géométriques pour réaliser certaines constructions géométriques, ce qui te permettra de résoudre ce type de problèmes de vie.

Réfléchis et discute!



Devant toi se trouve un angle ABC dont la mesure est inconnue, peux-tu tracer une demi-droite qui bissecte cet angle sans le mesurer?



Apprends!



1 Bissectrice d'un angle

Pour bissecter un angle tel que $\angle B$, suis les étapes suivantes:

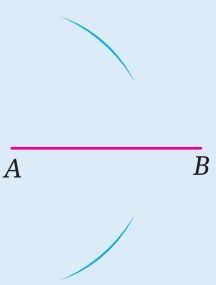
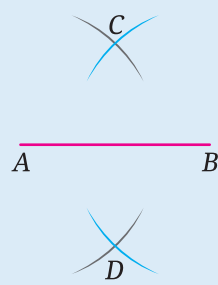
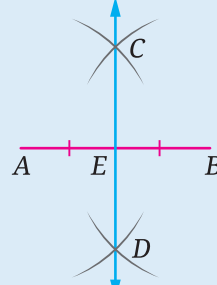
① Place la pointe du compas au sommet de l'angle B et trace un arc qui coupe les deux côtés de l'angle en deux points A et C.	② Avec la même ouverture du compas, ou une autre, place-le en A et trace un arc, puis avec la même ouverture, place-le en C et trace un autre arc qui coupe le premier arc en un point D.	③ Trace la demi-droite $\overrightarrow{BD}$, qui sera la bissectrice de l'angle B et on aura: $m(\angle ABD)$ $= m(\angle CBD)$
--	--	--

■ Auto-évaluation ②

Trace le segment $\overline{AB}$ de 5 cm et divise-le en deux à l'aide d'une règle et d'un compas, puis vérifie la précision de la division par mesure.

2 Bissectrice d'un segment

Pour bissecter un segment tel que $\overline{AB}$, suis les étapes suivantes:

1  Ouvre le compas à une ouverture supérieure à la moitié de la longueur de $\overline{AB}$, puis place-le en A et trace deux arcs dans deux directions différentes de $\overline{AB}$.	2  Avec la même ouverture du compas, place-le en B et trace deux arcs qui se coupent avec les arcs précédents en C et D.	3  Trace la droite $\overleftrightarrow{CD}$ de manière à couper $\overline{AB}$ en E, ce qui fait que le point E est le milieu de $\overline{AB}$, c'est-à-dire que: $AE = EB$
--	--	--

3 Tracer un triangle

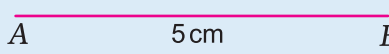
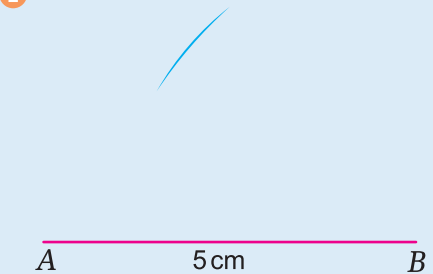
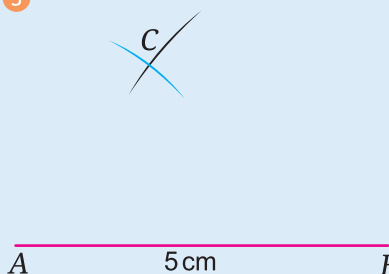
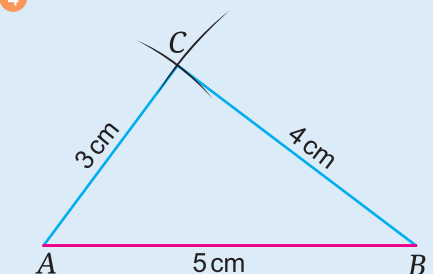
Premièrement Tracer un triangle en connaissant les longueurs de ses côtés

Tu as appris au cours du premier semestre comment tracer un triangle en connaissant les longueurs de ses côtés, et nous te le rappelons ci-dessous:

Pour tracer le triangle ABC où la longueur de $\overline{AB}$ est de 5 cm, la longueur de $\overline{BC}$ est de 4 cm et la longueur de $\overline{AC}$ est de 3 cm, suis les étapes suivantes:

■ Auto-évaluation ③

Trace le triangle ABC où: $AB = 7$ cm, $BC = 9$ cm et $AC = 4$ cm et détermine, à l'aide de la mesure, le type de triangle en fonction des mesures de ses angles.

1  Utilise la règle et trace un segment $\overline{AB}$ de 5 cm.	2  Ouvre le compas à une ouverture de 4 cm. Place-le sur le point B et trace un arc.
3  Ensuite, ouvre le compas à une ouverture de 3 cm, et place-le en A et trace un arc qui coupe le premier arc en C.	4  Trace les segments $\overline{AC}$ et $\overline{BC}$ pour obtenir le triangle ABC dont les longueurs de ses côtés sont 5 cm, 4 cm et 3 cm.

■ Auto-évaluation ④

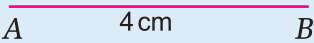
Trace le triangle ABC où:
 $AB = AC = 5$ cm,
 $m(\angle A) = 60^\circ$
 et détermine, à l'aide de la mesure, le type de triangle en fonction des longueurs de ses côtés

Deuxièmement

Tracer un triangle en connaissant les longueurs de deux côtés et la mesure de l'angle compris entre eux

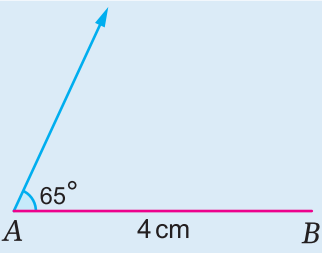
Pour tracer le triangle ABC où la longueur de $\overline{AB}$ est égale à 4 cm, la longueur de $\overline{AC}$ est égale à 3 cm et $m(\angle BAC) = 65^\circ$, suis les étapes suivantes:

1



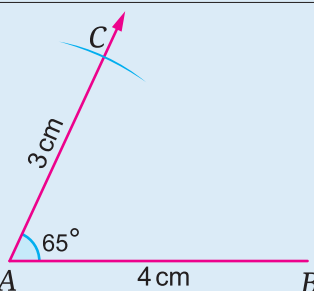
Utilise la règle et trace un segment $\overline{AB}$ dont sa longueur est de 4 cm.

2



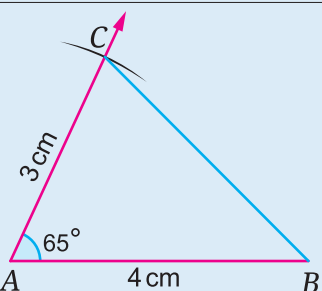
Utilise le rapporteur, et du point A, détermine un angle de 65° , puis trace une demi-droite qui définit l'angle.

3



Ouvre le compas avec une ouverture de 3 cm, puis place-le en A et trace un arc qui coupe la demi-droite tracé en un point C, de sorte que la longueur de $\overline{AC}$ soit égale à 3 cm.

4



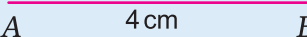
Trace $\overline{BC}$ pour obtenir le triangle ABC où: $AB = 4$ cm, $AC = 3$ cm et $m(\angle A) = 65^\circ$

Troisièmement

Tracer un triangle en connaissant les mesures de deux angles et la longueur du côté tracé entre leurs sommets

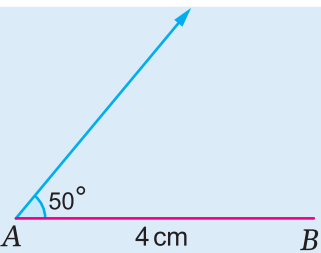
Pour tracer le triangle ABC où la longueur de $\overline{AB}$ est égale à 4 cm, $m(\angle A) = 50^\circ$ et $m(\angle B) = 45^\circ$, suis les étapes suivantes:

1



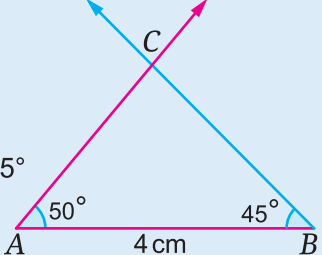
Trace un segment $\overline{AB}$ dont sa longueur est de 4 cm.

2



Depuis le point A, détermine un angle de 50° , puis trace une demi-droite qui définit l'angle.

3



Du point B, détermine un angle de 45° , puis trace une demi-droite qui définit cet angle et coupe la première demi-droite en C, tu obtiens ainsi le triangle ABC où: $AB = 4$ cm, $m(\angle A) = 50^\circ$ et $m(\angle B) = 45^\circ$

■ Auto-évaluation ⑤

Trace le triangle ABC où:
 $AB = 5$ cm,
 $m(\angle A) = 120^\circ$
 et $m(\angle B) = 30^\circ$
 et détermine, à l'aide de la mesure, la nature du triangle d'après les longueurs de ses côtés.

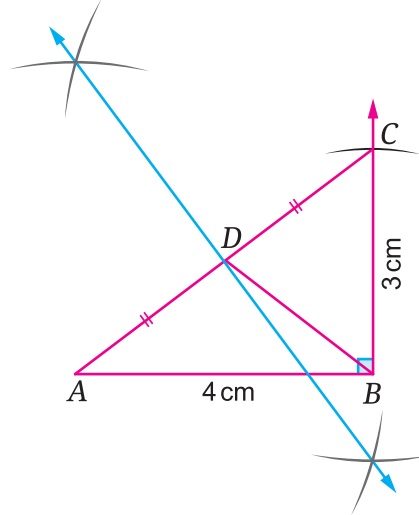
■ Auto-évaluation ⑥

Trace le triangle XYZ où $XZ = XY = 6$ cm et $ZY = 8$ cm.

Puis, bissecte chacun des angles $\angle Y$ et $\angle Z$ avec des bissectrices qui se coupent en un point M . Vérifie par mesure que : $MZ = MY$

Exemple

À l'aide des outils géométriques, trace le triangle ABC où la longueur de $\overline{AB}$ est égale à 4 cm, la longueur de $\overline{BC}$ est égale à 3 cm et $m(\angle B) = 90^\circ$, puis bissecte $\overline{AC}$ en un point D . Est-ce que $BD = \frac{1}{2} AC$?



Par mesure, tu trouves que la longueur de $\overline{AC}$ est égale à 5 cm et la longueur de $\overline{BD}$ est égale à 2,5 cm, c'est-à-dire que: $BD = \frac{1}{2} AC$

Évaluation de la leçon



Premièrement

Mesurer les concepts



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

① Lors de la bissectrice de $\angle BAC$ avec un compas, tu trouves que:

① $m(\angle BAF) = \dots\dots\dots$

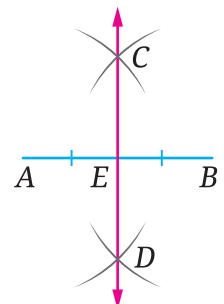
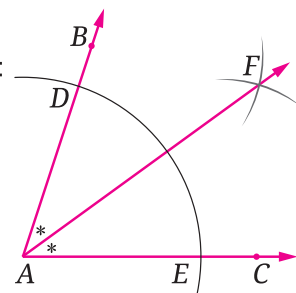
- | | |
|---------------------|---------------------|
| (a) $m(\angle BFA)$ | (b) $m(\angle EAF)$ |
| (c) $m(\angle EFA)$ | (d) $m(\angle BAC)$ |

② La longueur de $\overline{EF}$ doit être égale à la longueur de $\dots\dots\dots$

- | | |
|---------------------|---------------------|
| (a) $\overline{DF}$ | (b) $\overline{AD}$ |
| (c) $\overline{AE}$ | (d) $\overline{AF}$ |

② Lors de la bissectrice d'un segment avec un compas, il doit que $\dots\dots\dots$

- | | |
|---------------------------|---------------|
| (a) $AC < \frac{1}{2} AB$ | (b) $AC < AD$ |
| (c) $AC > \frac{1}{2} AB$ | (d) $AC < AE$ |



Deuxièmement

Appliquer les concepts scientifiques



► Utilise les outils géométriques dans chacun de ce qui suit:

- ③ Trace $\angle ABC$ mesurant 120° , puis bissecte-le à l'aide d'une règle et d'un compas avec la bissectrice $\overrightarrow{BD}$, en précisant les étapes de la solution. Vérifie avec un rapporteur que $m(\angle ABD) = m(\angle CBD)$.
- ④ Trace un segment $\overline{AB}$ dont sa longueur est de 7 cm, puis bissecte-le à l'aide d'une règle et d'un compas au point C en précisant les étapes de la solution. Vérifie avec la règle que C est le milieu de $\overline{AB}$.
- ⑤ Trace $\triangle ABC$ où la longueur de $\overline{AB}$ est de 7 cm, la longueur de $\overline{BC}$ est de 5 cm et $m(\angle ABC) = 80^\circ$, puis détermine par mesure la nature du triangle d'après ses angles.
- ⑥ Trace $\triangle ABC$ où $m(\angle ABC) = 42^\circ$, $m(\angle ACB) = 38^\circ$ et la longueur de $\overline{BC}$ est de 6 cm, puis détermine par mesure la nature du triangle d'après les longueurs de ses côtés.
- ⑦ Trace $\triangle XYZ$ où $XY = 6$ cm, $YZ = 4$ cm et $XZ = 5$ cm, puis détermine par mesure la nature du triangle d'après ses angles.
- ⑧ Trace le triangle ABC équilatéral dont la longueur de son côté est de 6 cm.
- ⑨ Trace $\triangle ABC$ où $AB = 8$ cm, $m(\angle A) = 70^\circ$ et $m(\angle B) = 50^\circ$, puis bissecte $\overline{AC}$ au point D et bissecte $\overline{BC}$ au point E . Démontre par mesure que: $AB = 2 DE$.
- ⑩ Trace $\angle ABC$ mesurant 60° , puis bissecte-le à l'aide d'une règle et d'un compas avec la bissectrice $\overrightarrow{BD}$, puis bissecte chacun des angles $\angle ABD$ et $\angle CBD$ avec les bissectrices $\overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{BF}$ respectivement. Démontre par mesure que: $m(\angle ABF) = 3 m(\angle CBF)$.

Troisièmement

L'analyse et l'intégration des disciplines



- ⑪ **Arts:** Utilise les outils géométriques et conçois une médaille en forme de triangle équilatéral de 4 cm de côté, pour l'offrir à l'élève gagnant du concours des premiers élèves en mathématiques.



La participation aux concours scientifiques t'incite à apprendre et te procure de nombreuses compétences en recherche scientifique.

Pensée créative



- ⑫ Trace à l'aide des outils géométriques les bissectrices des angles internes de n'importe quel triangle. Que remarques-tu?

Évalue ta compréhension

Quel est ton niveau de compréhension des constructions géométriques? Coche la case appropriée.



☐ ☐ ☐ ☐

Leçon 3 - 3

Les transformations géométriques



■ Résultats d'apprentissage

- Connaître le concept de transformation géométrique.
- Connaître le concept de la symétrie, de la translation et de la rotation.
- Trouver l'image d'une figure par symétrie par rapport à l'un des axes de coordonnées.
- Trouver l'image d'une figure par translation connue.
- Trouver l'image d'une figure par rotation autour de l'origine.
- Trouver les images des figures géométriques après avoir effectué des transformations géométriques.

■ Vocabulaire

- Les transformations géométriques
- La réflexion (symétrie)
- La translation
- La rotation
- Le centre de rotation
- Dans le sens des aiguilles d'une montre
- Dans le sens inverse des aiguilles d'une montre

Sois prêt!



Le papillon porte dans ses ailes une œuvre d'art soignée qui nous émerveille par ses détails. Si tu regardes attentivement les ailes du papillon, tu constateras qu'elles sont parfaitement identiques.

Est-ce que l'une des ailes du papillon te semble comme une image symétrique de l'autre aile

autour d'une ligne verticale passant par le corps du papillon?

Ou semble-t-elle avoir été déplacée d'un côté à l'autre sans tourner?

Ou apparaît-elle comme si elle avait tourné autour d'un point donné?

Dans cette leçon, tu apprendras un ensemble de transformations géométriques, notamment la réflexion, la translation et la rotation, ce qui te permettra de répondre à ce type de questions.



Réfléchis et discute!



Pourquoi, selon toi, le mot "Ambulance" est-il écrit à l'envers sur le devant d'une ambulance? Discute.



Apprends!



Les transformations géométriques

Si tous les points de la figure géométrique se déplacent selon un système défini, nous obtenons une image de cette figure dans une nouvelle position. On dit que cette figure est sous l'effet d'une transformation géométrique. Parmi les exemples de transformations géométriques, il y a la symétrie, la translation et la rotation.

La réflexion (symétrie) par rapport à une droite	La translation	La rotation
La symétrie par rapport à une droite est la création d'une image symétrique de la figure à travers une ligne appelée axe de symétrie.	La translation est un déplacement de la figure sur une ligne droite d'une distance donnée et dans une direction déterminée.	La rotation est le fait de faire tourner la figure autour d'un point appelé centre de rotation sous un angle de mesure spécifique et dans une direction déterminée.

L'image résultante de la symétrie, de la translation ou de la rotation est identique à la figure originale.

■ La notation en mathématiques

Dans les transformations géométriques, l'image du point A est généralement notée A'

■ Réfléchis avec tes collègues

Quelle est l'image de chacun des deux points suivants par symétrie par rapport à l'axe des X et l'axe des Y ?

- ① $(2; 0)$ ② $(0; -5)$

■ Auto-évaluation ①

Trace l'image du parallélogramme dont les sommets sont:

$A(1; 1)$, $B(4; 1)$,
 $C(3; 3)$ et $D(0; 3)$,

- ① Par symétrie par rapport à l'axe des X
② Par symétrie par rapport à l'axe des Y

■ Remarque que

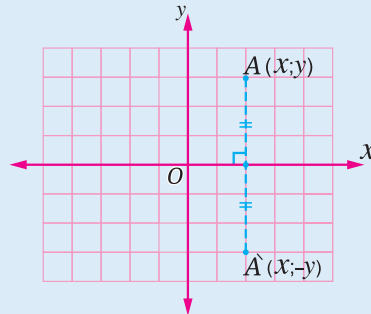
Si un point se trouve sur l'axe de symétrie, son image par symétrie est elle-même.

Exemple: l'image du point $A(2; 0)$ par symétrie par rapport à l'axe des X est $A(2; 0)$.

Premièrement La symétrie orthogonale par rapport à aux axes de coordonnées

- Le point et son image par symétrie par rapport à une droite se trouvent à des distances égales de cette droite, qui est appelée l'axe de symétrie.

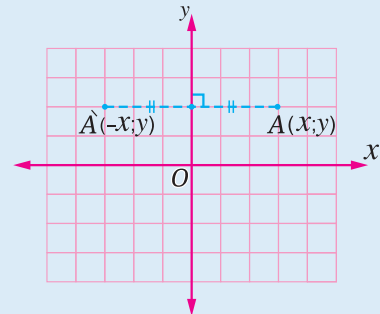
La symétrie par rapport à l'axe des X



$$A(X; Y) \xrightarrow{\text{par symétrie par rapport à l'axe des } X} A'(X; -Y)$$

Par exemple: l'image du point $(2; 3)$ par symétrie par rapport à l'axe des X est le point $(2; -3)$

La symétrie par rapport à l'axe des Y



$$A(X; Y) \xrightarrow{\text{par symétrie par rapport à l'axe des } Y} A'(-X; Y)$$

Par exemple: l'image du point $(-4; 1)$ par symétrie par rapport à l'axe des Y est le point $(4; 1)$

Exemple ①

Trace le triangle dont ses sommets sont les points $A(2; 0)$, $B(4; 1)$ et $C(1; 3)$, puis trace son image par réflexion dans chacun de:

- ① L'axe des X

- ② L'axe des Y

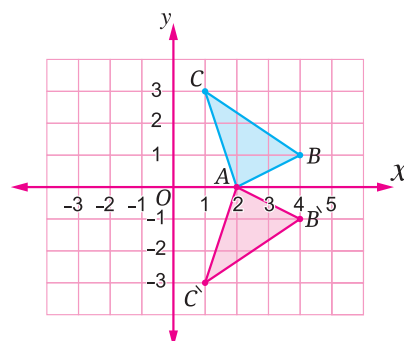


- ① Par symétrie par rapport à l'axe des X :

$$A(2; 0) \xrightarrow{\text{par symétrie par rapport à l'axe des } X} A(2; 0)$$

$$B(4; 1) \xrightarrow{\text{par symétrie par rapport à l'axe des } X} B'(4; -1)$$

$$C(1; 3) \xrightarrow{\text{par symétrie par rapport à l'axe des } X} C'(1; -3)$$



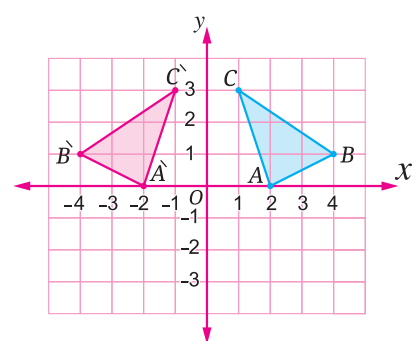
$\Delta AB'C'$ est l'image de ΔABC par symétrie par rapport à l'axe des X

- ② Par symétrie par rapport à l'axe des Y :

$$A(2; 0) \xrightarrow{\text{par symétrie par rapport à l'axe des } Y} A'(-2; 0)$$

$$B(4; 1) \xrightarrow{\text{par symétrie par rapport à l'axe des } Y} B'(-4; 1)$$

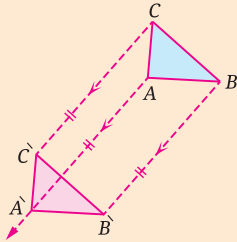
$$C(1; 3) \xrightarrow{\text{par symétrie par rapport à l'axe des } Y} C'(-1; 3)$$



$\Delta A'B'C'$ est l'image de ΔABC par symétrie par rapport à l'axe des Y

■ Remarque que

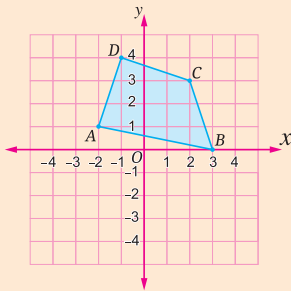
La translation est une transformation qui déplace tous les points de la figure de la même distance dans la même direction.



Par exemple: le triangle $A'B'C'$ est l'image du triangle ABC par une translation d'une distance AA' dans la direction $\overrightarrow{AA'}$.

■ Auto-évaluation ②

Trace l'image de la figure quadrilatérale $ABCD$ par une translation $(2; -3)$.



■ Remarque que

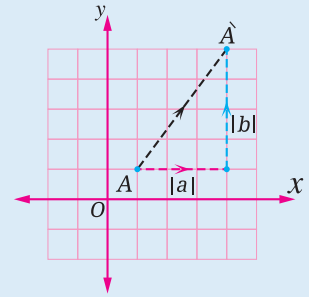
Dans le couple $(a; b)$ qui exprime la translation:

- Si a est positif, cela signifie un déplacement vers la droite et s'il est négatif, cela signifie un déplacement vers la gauche.
- Si b est positif, cela signifie un déplacement vers le haut et s'il est négatif, cela signifie un déplacement vers le bas.

Deuxièmement

La translation dans le plan cartésien

La translation dans le plan cartésien est déterminée par le déplacement horizontal a et le déplacement vertical b et s'exprime par le couple $(a; b)$. L'image du point $A(X; Y)$ par une translation $(a; b)$ est le point $A'(X + a; Y + b)$



et s'écrit: $A(X; Y) \xrightarrow{(a; b)} A'(X + a; Y + b)$

Par exemple: l'image du point $A(3; 1)$ par une translation de 3 unités vers la droite et de quatre unités vers le haut, c'est-à-dire par une translation $(3; 4)$, est le point $A'(3 + 3; 1 + 4)$, c'est-à-dire le point $A'(6; 5)$.

Exemple ②

Trace le triangle ABC dont ses sommets sont $A(-1; 1)$, $B(3; 1)$, $C(3; 4)$, puis trouve son image par chacun de ce qui suit:

- ① Translation de 3 unités vers la gauche.
- ② Translation $(1; -2)$.

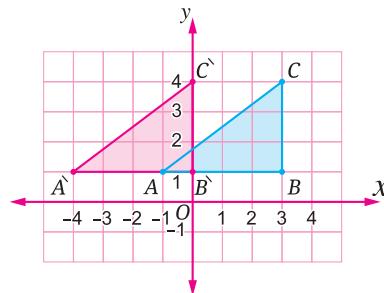


- ① La translation de 3 unités vers la gauche équivaut à la translation $(-3; 0)$

$$A(-1; 1) \xrightarrow{(-3; 0)} A'(-4; 1)$$

$$B(3; 1) \xrightarrow{(-3; 0)} B'(0; 1)$$

$$C(3; 4) \xrightarrow{(-3; 0)} C'(0; 4)$$



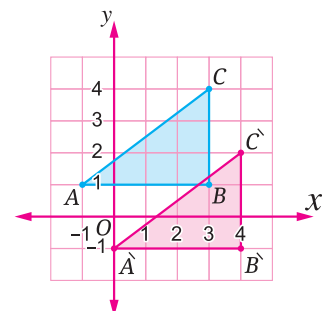
$\Delta A'B'C'$ est l'image de ΔABC par une translation de 3 unités vers la gauche.

- ② La translation : $(1; -2)$:

$$A(-1; 1) \xrightarrow{(1; -2)} A'(0; -1)$$

$$B(3; 1) \xrightarrow{(1; -2)} B'(4; -1)$$

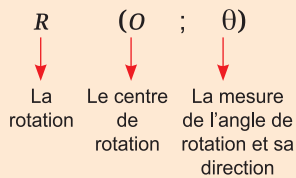
$$C(3; 4) \xrightarrow{(1; -2)} C'(4; 2)$$



$\Delta A'B'C'$ est l'image de ΔABC par une translation $(1; -2)$

■ La notation en mathématiques

La rotation est notée par le symbole:



Par exemple:

- La rotation autour de l'origine dans le sens inverse des aiguilles d'une montre avec un angle de 90° est notée $R(O; 90^\circ)$.
- La rotation autour de l'origine dans le sens des aiguilles d'une montre avec un angle de 90° est notée $R(O; -90^\circ)$.

■ Réfléchis et discute

Que se passe-t-il pour la forme lorsqu'elle tourne autour de l'origine avec un angle de $\pm 360^\circ$?

■ Utiliser la technologie

Utilise le programme GeoGebra et trace un triangle dans le plan des coordonnées, puis trace son image:



- 1 Par symétrie par rapport à l'axe des X
- 2 Par symétrie par rapport à l'axe des Y
- 3 Par translation $(-3; 4)$
- 4 Par rotation $R(O; 90^\circ)$

Troisièmement La rotation dans le plan des coordonnées

- La rotation est une transformation géométrique qui fait tourner chaque point de la forme autour d'un point fixe et d'un angle déterminé dans une direction donnée.
- Le point autour duquel la forme tourne est appelé le centre de rotation, c'est-à-dire que la rotation est complètement déterminée par les éléments suivants:

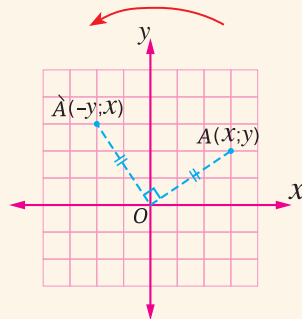
- 1 Le centre de rotation.
- 2 La mesure de l'angle de rotation.
- 3 La direction de la rotation.

- Si la direction de la rotation:

- est dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, alors θ est positif.
- est dans le sens des aiguilles d'une montre, alors θ est négatif.



La rotation $R(O; 90^\circ)$

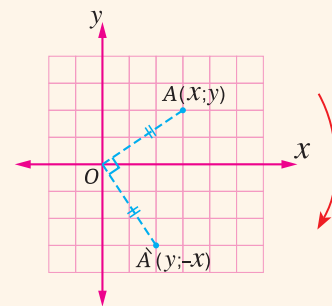


$$A(X; y) \xrightarrow{R(O; 90^\circ)} A'(-y; x)$$

Par exemple:

L'image du point $(3; 1)$ par la symétrie $R(O; 90^\circ)$ est le point $(-1; 3)$

La rotation $R(O; -90^\circ)$



$$A(X; y) \xrightarrow{R(O; -90^\circ)} A'(y; -x)$$

Par exemple:

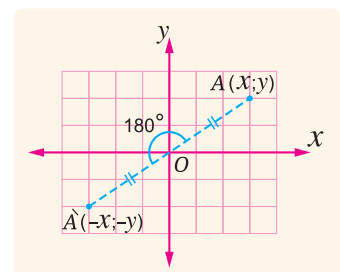
L'image du point $(-3; 4)$ par la symétrie $R(O; -90^\circ)$ est le point $(4; 3)$

La rotation $R(O; \pm 180^\circ)$

$$A(X; y) \xrightarrow{R(O; \pm 180^\circ)} A'(-X; -y)$$

Par exemple:

L'image du point $(-1; 3)$ par la symétrie $R(O; \pm 180^\circ)$ est le point $(1; -3)$.



Remarque que:

- La rotation $R(O; 90^\circ)$ est équivalente à la rotation $R(O; -270^\circ)$
- La rotation $R(O; 270^\circ)$ est équivalente à la rotation $R(O; -90^\circ)$

■ Auto-évaluation ③

Le carré $ABCD$ a tous ses sommets dans le deuxième quadrant. Si $A(-1; 1)$ et $B(-1; 4)$, trace le carré $ABCD$ dans le plan cartésien puis trouve son image par chacun de ce qui suit:

- ① $R(O; -180^\circ)$
- ② $R(O; 270^\circ)$

■ Information enrichissante

Une figure possède une symétrie de rotation autour de son centre si elle peut être tournée d'un angle mesuré inférieur à 360° autour de son centre pour redevenir la même figure qu'elle était dans sa position originale.

- L'étoile de mer est un exemple remarquable d'animal montrant une symétrie de rotation. L'étoile de mer «idéale» possède une symétrie de rotation de 72° .



Si nous plaçons un point au centre de l'étoile de mer, nous pouvons la faire tourner autour de ce point par n'importe quel multiple de 72° et elle apparaîtra exactement sous la même forme!

Exemple 3

Trace le triangle ABC dans le plan cartésien où $A(-1; 2)$, $B(3; 1)$ et $C(0; 4)$, puis trace son image par chacune des rotations suivantes:

- ① $R(O; 90^\circ)$
- ② $R(O; -90^\circ)$
- ③ $R(O; 180^\circ)$



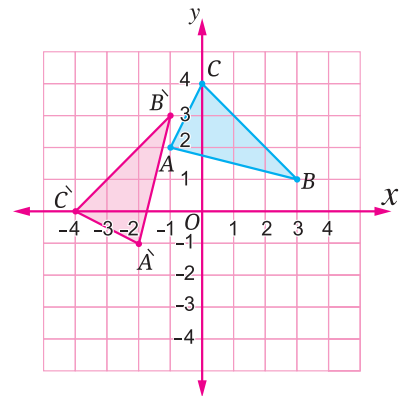
①

$$A(-1; 2) \xrightarrow{R(O; 90^\circ)} A'(-2; -1)$$

$$B(3; 1) \xrightarrow{R(O; 90^\circ)} B'(-1; 3)$$

$$C(0; 4) \xrightarrow{R(O; 90^\circ)} C'(-4; 0)$$

$\Delta A'B'C'$ est l'image de ΔABC par rotation $R(O; 90^\circ)$



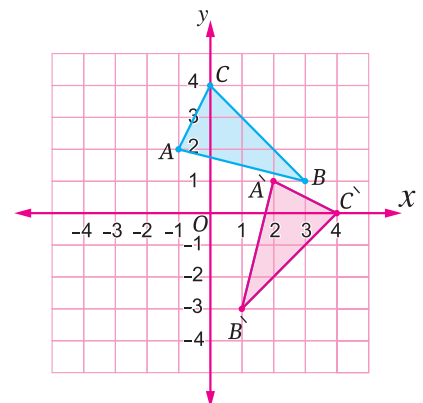
②

$$A(-1; 2) \xrightarrow{R(O; -90^\circ)} A'(2; 1)$$

$$B(3; 1) \xrightarrow{R(O; -90^\circ)} B'(1; -3)$$

$$C(0; 4) \xrightarrow{R(O; -90^\circ)} C'(4; 0)$$

$\Delta A'B'C'$ est l'image de ΔABC par rotation $R(O; -90^\circ)$



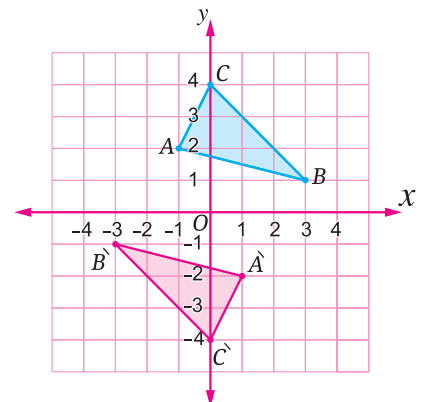
③

$$A(-1; 2) \xrightarrow{R(O; 180^\circ)} A'(1; -2)$$

$$B(3; 1) \xrightarrow{R(O; 180^\circ)} B'(-3; -1)$$

$$C(0; 4) \xrightarrow{R(O; 180^\circ)} C'(0; -4)$$

$\Delta A'B'C'$ est l'image de ΔABC par rotation $R(O; 180^\circ)$



Les propriétés de la symétrie, de la translation et de la rotation

► Chacune de la symétrie par rapport à une droite, de la translation et de la rotation autour d'un point dans le plan conserve:

- ① Les longueurs des segments de droite.
- ② Les mesures des angles.
- ③ Le parallélisme.
- ④ L'alignement.

Évaluation de la leçon



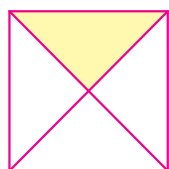
Premièrement

Mesurer les concepts

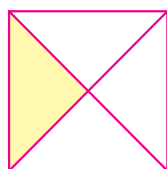


► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

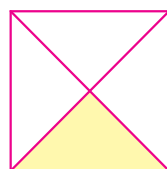
- 1 Laquelle de ce qui suit est l'image du point $(-1; 3)$ par symétrie par rapport à l'axe des X ?
 (a) $(1; 3)$ (b) $(-1; -3)$
 (c) $(1; -3)$ (d) $(3; -1)$
- 2 La quelle de ce qui suit est l'image du point $(5; 0)$ par symétrie par rapport à l'axe des Y ?
 (a) $(5; 0)$ (b) $(-5; 0)$
 (c) $(0; 5)$ (d) $(0; -5)$
- 3 Laquelle de ce qui suit est l'image du point $(0; -3)$ par translation $(-1; 2)$?
 (a) $(-1; -1)$ (b) $(-1; 1)$
 (c) $(1; -1)$ (d) $(1; 1)$
- 4 Quelle est l'image du point $(-4; 2)$ par rotation autour de l'origine O d'un angle de 90° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre?
 (a) $(-4; -2)$ (b) $(4; 2)$
 (c) $(-2; 4)$ (d) $(-2; -4)$
- 5 Laquelle des rotations suivantes fait que le point $A' (X; -Y)$ soit l'image de $A (-X; Y)$?
 (a) $R(O; -90^\circ)$ (b) $R(O; 90^\circ)$
 (c) $R(O; 180^\circ)$ (d) $R(O; 360^\circ)$
- 6 Si A' est l'image du point A par réflexion dans l'axe des X et que le point A se trouve dans le troisième quadrant, dans quel quadrant se trouve le point A' ?
 (a) Le premier (b) Le deuxième
 (c) Le troisième (d) Le quatrième
- 7 Quelle est l'image du point $(5; -2)$ par translation de 5 unités dans la direction négative de l'axe des X ?
 (a) $(5; -7)$ (b) $(10; -2)$ (c) $(0; -2)$ (d) $(5; -3)$
- 8 Quelle rotation fait que l'image du point $A (2; -6)$ soit $A' (-6; -2)$?
 (a) $R(O; -180^\circ)$ (b) $R(O; -90^\circ)$ (c) $R(O; 90^\circ)$ (d) $R(O; 180^\circ)$
- 9 Laquelle des options suivantes représente la rotation du carré opposé autour de son centre d'un angle de 90° dans le sens des aiguilles d'une montre?



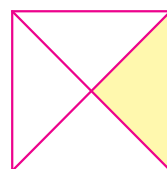
(a)



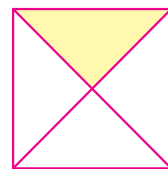
(b)



(c)



(d)





► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

⑩ Quelle est l'image du point $(2; -1)$ par la translation $(X; Y) \rightarrow (X-3; Y+4)$?

- (a) $(-1; 5)$ (b) $(-3; 4)$
(c) $(5; 3)$ (d) $(-1; 3)$

⑫ Quel est la translation qui fait que le point $A'(-2; 1)$ est l'image du point $A(4; -5)$?

- (a) $(-6; 6)$ (b) $(-6; -4)$
(c) $(2; -4)$ (d) $(6; -6)$

⑪ Si le point $A'(2; 5)$ est l'image du point A par la translation $(X; Y) \rightarrow (X; Y-2)$, alors le point A est

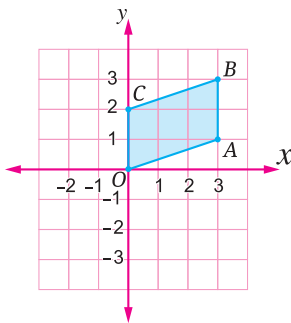
- (a) $(2; 3)$ (b) $(2; 7)$
(c) $(0; -2)$ (d) $(0; 7)$

⑬ Si le point $A'(X+1; -2)$ est l'image du point $A(-4; 2)$ par rotation autour de l'origine O avec un angle de 180° , quelle est la valeur de X ?

- (a) 3 (b) -1 (c) -2 (d) -5

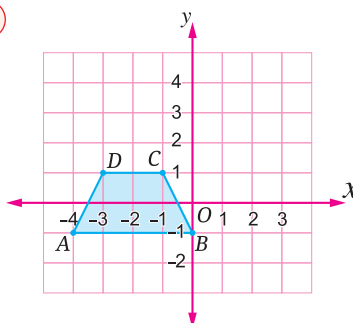
► Trace l'image de chaque forme parmi les formes suivantes selon la transformation géométrique mentionnée sous la forme:

⑭



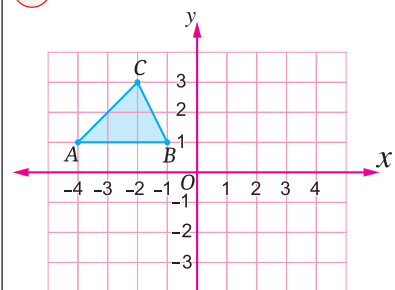
Symétrie par rapport à l'axe des X

⑮



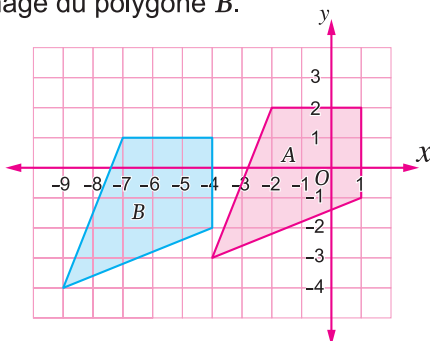
Translation $(3; 4)$

⑯

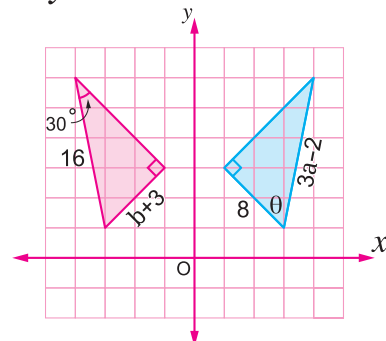


Rotation autour de l'origine O dans le sens des aiguilles d'une montre avec un angle de 90°

⑰ Dans la figure suivante, détermine la translation qui fait que le polygone A est l'image du polygone B .



⑱ Dans la figure suivante, si l'un des deux triangles est l'image de l'autre par symétrie par rapport à l'axe des Y , trouve la valeur de a , b et θ .



► Dans chacun de ce qui suit, le point et son image par symétrie par rapport à l'un des axes de coordonnées, détermine s'il s'agit d'une symétrie par rapport à l'axe des X ou dans l'axe des Y :

⑲ $F(5; -6) \rightarrow F'(-5; -6)$

⑳ $N(-3; 0) \rightarrow N'(-3; 0)$

㉑ $M(7; -9) \rightarrow M'(7; 9)$

㉒ $C(0; 5) \rightarrow C'(0; 5)$

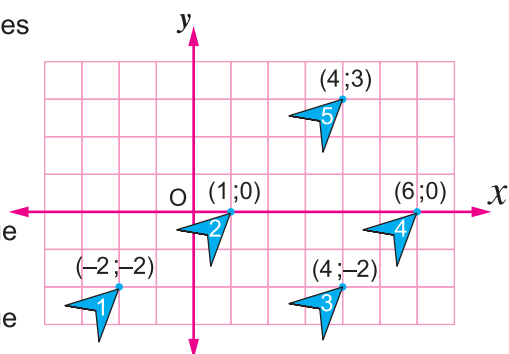
- ②③ Trace ΔABC où $A(-6; 6)$, $B(-2; 2)$ et $C(4; 1)$, puis trace son image par chacun des transformations suivantes:
- ① Par rotation $R(O; -90^\circ)$.
 - ② Par rotation $R(O; 90^\circ)$.
 - ③ Par symétrie par rapport à l'axe des y .
 - ④ Par translation $(x; y) \rightarrow (x - 1; y + 3)$.
- ②④ Trouve l'image du polygone $ABCD$ où $A(4; -1)$, $B(6; -3)$, $C(9; -4)$ et $D(7; 1)$, par rotation $R(O; -270^\circ)$.

Troisièmement

L'analyse et l'intégration des disciplines



- ②⑤ **Animations:** Les différentes transformations géométriques sont utilisées dans la production d'animations. Le graphique correspondant représente le mouvement d'une des formes à des positions différentes avec les coordonnées de la position.

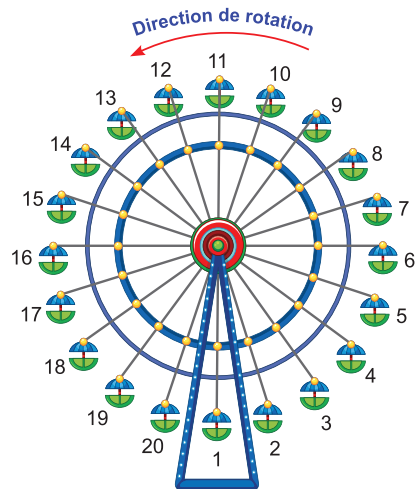


- ① Trouve la translation qui fait que la figure 5 est l'image de la figure 1.
- ② Trouve la translation qui fait que la figure 4 est l'image de la figure 1.
- ③ Trouve la translation qui fait que la figure 3 est l'image de la figure 2.

②⑥ Divertissement:

La roue de la fortune dessinée porte 20 chariots.

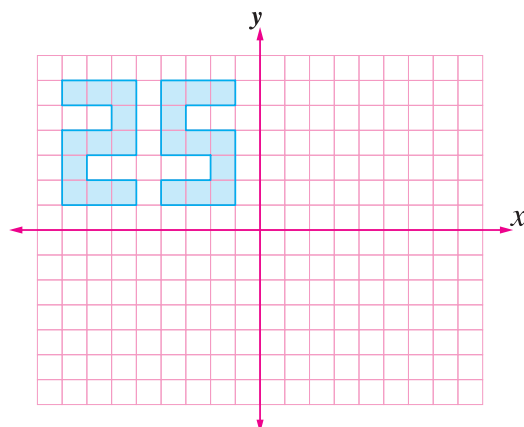
- ① Trouve la mesure de l'angle de rotation si le siège 1 est déplacé à la position du siège 5?
- ② Si le siège 1 a tourné d'un angle de 144° , trouve le numéro du siège qu'il occupe maintenant.



Pensée créative



- ②⑦ Dans la figure suivante, si l'image du nombre 25 par symétrie par rapport à l'axe des y est A et son image par symétrie par rapport à l'axe des x est B , quelle est la valeur de $\sqrt[3]{B - A}$?



Évalue ta compréhension

Quel est ton niveau de compréhension des transformations géométriques? Coche la case appropriée.


☐
☐
☐
☐

Leçon 3 - 4

Composition des transformations géométriques



■ Résultats d'apprentissage

- Connaître le concept de composition des transformations géométriques.
- Tracer l'image d'une forme géométrique par la composition de deux symétries par rapport aux axes de coordonnées.
- Tracer l'image d'une forme géométrique par la composition de deux translations dans le système de coordonnées.
- Tracer l'image d'une forme géométrique par la composition de deux rotations dans le système de coordonnées.

■ Vocabulaire

- Composition des transformations
- Équivalent

Sois prêt!



Les mathématiques se mêlent aux arts et aux dessins et les motifs géométriques ont été utilisés dans de multiples formes dans l'art et l'architecture islamiques.

Devant toi se trouve l'un des beaux dessins de l'architecture islamique, peux-tu identifier les transformations géométriques utilisées dans la réalisation de ce dessin?

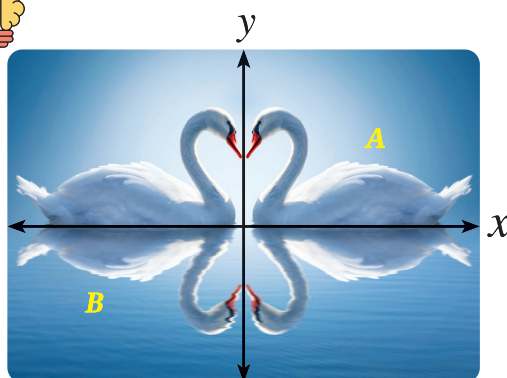


Dans cette leçon, tu apprendras à réaliser des compositions simples des transformations géométriques (la symétrie, la translation et la rotation), ce qui te permettra de répondre à une question telle que celle-ci.

Réfléchis et discute!



Dans l'image qui est devant toi, quelle est la transformation ou quelles sont les transformations géométriques qui sont appliquées à l'oiseau A pour que son image devienne l'oiseau B?



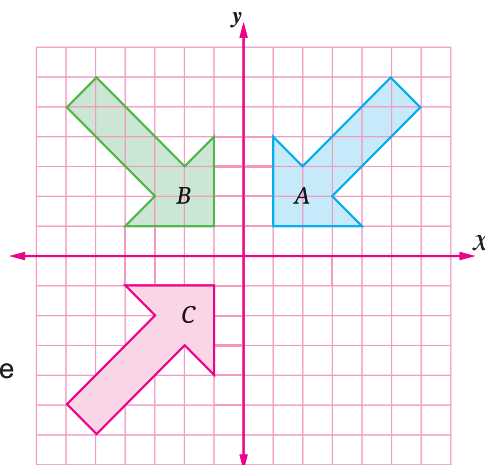
Apprends!



La composition des transformations géométriques.

Elle est le processus d'appliquer des transformations géométriques successives à une forme géométrique et parfois, la forme géométrique résultante de la composition peut être décrite par une seule transformation géométrique équivalente à cette composition.

Par exemple: la flèche C est l'image de la flèche A par symétrie par rapport à l'axe des y suivie d'une symétrie par rapport à l'axe des x .



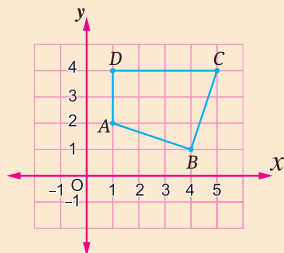
■ Auto-évaluation ①

Trace l'image du triangle ABC où $A(-3; 2)$, $B(-1; 1)$ et $C(-1; 4)$ par symétrie par rapport à l'axe des y suivie d'une symétrie par rapport à l'axe des x .

■ Pensée critique

- Quelle est la transformation géométrique qui équivaut à la symétrie par rapport à l'axe des x suivie de la symétrie par rapport à l'axe des y ?
- Quelle est l'image d'une figure géométrique par symétrie par rapport à l'axe des x suivie d'une nouvelle symétrie par rapport à l'axe des x ?

■ Auto-évaluation ②



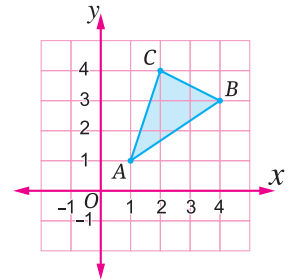
Copie le polygone $ABCD$ sur du papier quadrillé, puis trace son image par translation $(1; -2)$ suivie d'une translation $(-6; 6)$.

■ Pensée critique

Quelle est la transformation géométrique qui équivaut à une translation $(a; b)$ suivie d'une translation $(c; d)$?

Exemple 1

Trace $\Delta A'B'C'$ l'image de ΔABC par symétrie par rapport à l'axe des x , puis trace $\Delta A''B''C''$ l'image de $\Delta A'B'C'$ par symétrie par rapport à l'axe des y .

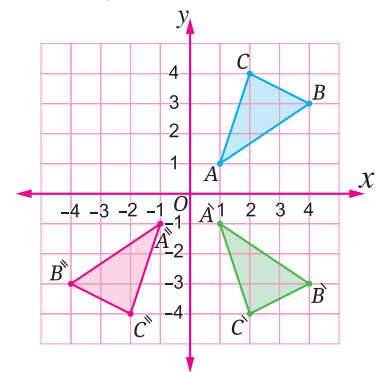


$A(1; 1)$ $\xrightarrow{\text{par symétrie par rapport à l'axe des } x}$ $A'(1; -1)$ $\xrightarrow{\text{par symétrie par rapport à l'axe des } y}$ $A''(-1; -1)$

$B(4; 3)$ $\xrightarrow{\text{par symétrie par rapport à l'axe des } x}$ $B'(4; -3)$ $\xrightarrow{\text{par symétrie par rapport à l'axe des } y}$ $B''(-4; -3)$

$C(2; 4)$ $\xrightarrow{\text{par symétrie par rapport à l'axe des } x}$ $C'(2; -4)$ $\xrightarrow{\text{par symétrie par rapport à l'axe des } y}$ $C''(-2; -4)$

$\Delta A''B''C''$ est l'image de ΔABC par symétrie par rapport à l'axe des x suivie d'une symétrie par rapport à l'axe des y .



Exemple 2

Trace ΔABC où $A(-2; -1)$, $B(3; 0)$ et $C(2; 4)$, puis trace son image par translation $(-2; 1)$ suivie d'une translation $(0; -5)$.

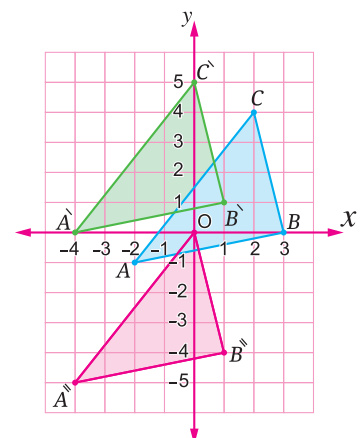


$A(-2; -1)$ $\xrightarrow{\text{par translation } (-2; 1)}$ $A'(-4; 0)$ $\xrightarrow{\text{par translation } (0; -5)}$ $A''(-4; -5)$

$B(3; 0)$ $\xrightarrow{\text{par translation } (-2; 1)}$ $B'(1; 1)$ $\xrightarrow{\text{par translation } (0; -5)}$ $B''(1; -4)$

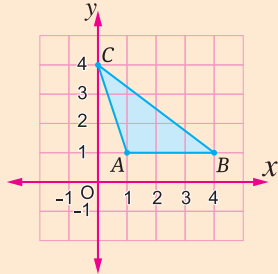
$C(2; 4)$ $\xrightarrow{\text{par translation } (-2; 1)}$ $C'(0; 5)$ $\xrightarrow{\text{par translation } (0; -5)}$ $O(0; 0)$

$\therefore \Delta A''B''O$ est l'image de ΔABC par translation $(-2; 1)$ suivie d'une translation $(0; -5)$.



■ Auto-évaluation ③

Copie le triangle ABC sur du papier quadrillé, puis trace son image par la rotation $R(O; 90^\circ)$ suivie d'une rotation $R(O; 90^\circ)$.

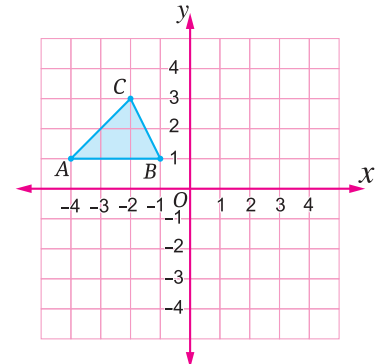


■ Pensée critique

Quelle est la transformation géométrique qui équivaut à la rotation $R(O; 90^\circ)$ suivie d'une rotation $R(O; 180^\circ)$?

Exemple 3

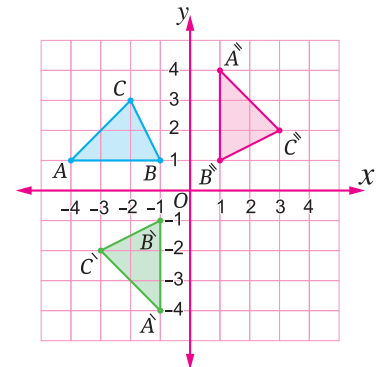
Trace l'image du triangle ABC par la rotation $R(O; 90^\circ)$ suivie d'une rotation $R(O; 180^\circ)$.



$$A(-4; 1) \xrightarrow{R(O; 90^\circ)} A'(-1; -4) \xrightarrow{R(O; 180^\circ)} A''(1; 4)$$

$$B(-1; 1) \xrightarrow{R(O; 90^\circ)} B'(-1; -1) \xrightarrow{R(O; 180^\circ)} B''(1; 1)$$

$$C(-2; 3) \xrightarrow{R(O; 90^\circ)} C'(-3; -2) \xrightarrow{R(O; 180^\circ)} C''(3; 2)$$



$\Delta A''B''C''$ est l'image de ΔABC par la rotation $R(O; 90^\circ)$ suivie d'une rotation $R(O; 180^\circ)$

Évaluation de la leçon



Premièrement

Mesurer les concepts



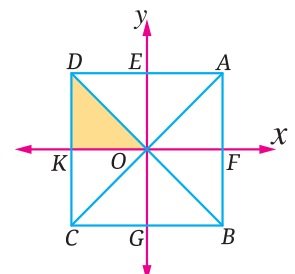
► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

- ① Quelle est la transformation géométrique qui équivaut à la symétrie par rapport à l'axe des X suivie de la symétrie par rapport à l'axe des Y ?
(a) Rotation $R(O; 90^\circ)$ (b) Rotation $R(O; 180^\circ)$
(c) Rotation $R(O; 360^\circ)$ (d) Rotation $R(O; 270^\circ)$
- ② Quelle est la transformation géométrique qui équivaut à une translation $(1; 3)$ suivie d'une translation $(0; 2)$?
(a) Translation $(1; 5)$ (b) Translation $(-1; -1)$
(c) Translation $(1; 1)$ (d) Translation $(0; 5)$

③ Dans la figure ci-contre:

Quelle est l'image de ΔDKO par la symétrie par rapport à l'axe des X suivie de la symétrie par rapport à l'axe des Y ?

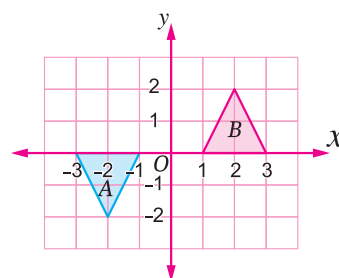
- (a) ΔBFO (b) ΔCKO
(c) ΔAFO (d) ΔBGO



4 Dans la figure ci-contre:

Laquelle des transformations suivantes rend le triangle B l'image du triangle A ?

- (a) Translation de 4 unités vers la droite suivie d'une translation de 2 unités vers le haut
- (b) Réflexion dans l'axe des Y , suivie d'une symétrie par rapport à l'axe des X
- (c) Rotation $R(O; 180^\circ)$, suivie de la rotation $R(O; 180^\circ)$
- (d) Rotation $R(O; 90^\circ)$, suivie de la rotation $R(O; 180^\circ)$



Deuxièmement

Appliquer les concepts scientifiques

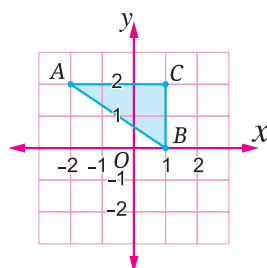


► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

- 5 Quelle est l'image du point $(2; -3)$ par la symétrie par rapport à l'axe des X suivie de la symétrie par rapport à l'axe des Y ?
 - (a) $(2; 3)$ (b) $(-2; -3)$
 - (c) $(-2; 3)$ (d) $(3; 2)$
- 6 Quelle est l'image du point $(-3; 5)$ par la symétrie par rapport à l'axe des X suivie de la symétrie par rapport à l'axe des X une autre fois?
 - (a) $(3; -5)$ (b) $(-3; -5)$
 - (c) $(-3; 5)$ (d) $(3; 5)$
- 7 Quelle est l'image du point $(-2; 4)$ par la rotation $R(O; 90^\circ)$ suivie de la rotation $R(O; -180^\circ)$?
 - (a) $(-4; 2)$ (b) $(4; 2)$
 - (c) $(-4; -2)$ (d) $(4; -2)$
- 8 Quelle est l'image du point $(-1; 0)$ par la translation $(1; 0)$ suivie de la translation $(2; -3)$?
 - (a) $(2; -3)$ (b) $(0; 0)$
 - (c) $(1; 0)$ (d) $(-1; 0)$
- 9 Quelle est l'image du point $(-3; 0)$ par rotation $R(O; 90^\circ)$ suivie de la rotation $R(O; -90^\circ)$?
 - (a) $(3; 0)$ (b) $(0; 3)$
 - (c) $(0; -3)$ (d) $(-3; 0)$
- 10 Quelle est l'image du point $(-2; 3)$ par la translation $(X; Y) \rightarrow (X + 1; Y - 2)$ suivie de la translation $(-1; 2)$?
 - (a) $(-3; 5)$ (b) $(0; 0)$
 - (c) $(-4; 3)$ (d) $(-2; 3)$

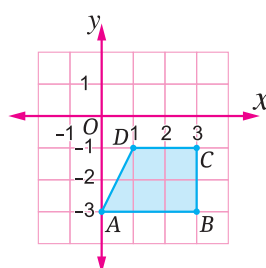
► Copie chaque figure sur du papier quadrillé, puis trace son image par les transformations géométriques mentionnées ci-dessous:

11



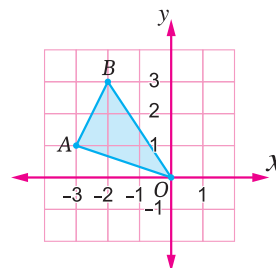
Réflexion dans l'axe des X suivie de la symétrie par rapport à l'axe des Y

12



Translation $(-1; 0)$ suivie d'une translation $(-1; 5)$

13



Rotation $R(O; 90^\circ)$ suivie d'une rotation $R(O; -180^\circ)$

- ①④ Trace dans le plan cartésien le triangle ABC où $A(1; 0)$, $B(1; 4)$ et $C(3; 4)$, puis trace son image par la symétrie par rapport à l'axe des X suivie de la symétrie par rapport à l'axe des Y .
- ①⑤ Trace dans le plan cartésien $\overline{AB}$ où $A(-1; 0)$ et $B(0; 3)$, puis trace l'image de $\overline{AB}$ par la rotation $R(O; 90^\circ)$ suivie de la rotation $R(O; 180^\circ)$.
- ①⑥ Trace dans le plan cartésien le carré $ABCD$ où $A(-1; 0)$, $B(3; 0)$, $C(3; 4)$ et $D(-1; 4)$, puis Trace son image par la translation $(1; 0)$ suivie de la translation $(X; Y) \longrightarrow (X - 2; Y)$.
- ①⑦ Ahmed et Khadija ont chacun trouvé l'image du point $A(3; -4)$ par la translation $(X; Y) \longrightarrow (X + 2; Y + 5)$, puis par la translation $(0; -5)$.
Est-ce que chacun d'Ahmed et de Khadija ont suivi la bonne méthode de la solution? Discute.

La solution d'Ahmed:

$$A(3; -4) \xrightarrow[(2; 5)]{\text{par translation}} A'(5; 1) \xrightarrow[(0; -5)]{\text{par translation}} A''(5; -4)$$

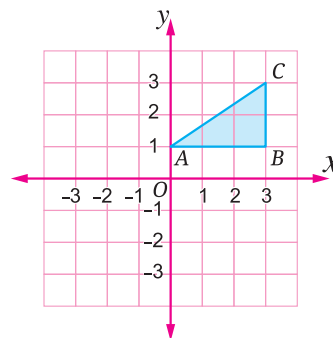
La solution de Khadija:

$$A(3; -4) \xrightarrow[(0; -5)]{\text{par translation}} A'(3; -9) \xrightarrow[(2; 5)]{\text{par translation}} A''(5; -4)$$

Pensée créative



- ①⑧ En utilisant la transformation géométrique $(X; Y) \longrightarrow (-Y; X - 2)$, trouve l'image du triangle dans la figure ci-contre, et mentionne la composition utilisée dans cette transformation géométrique.



Évalue ta compréhension

Quelle est ton niveau de compréhension de la composition des transformations géométriques? Coche la case appropriée.


☐

☐

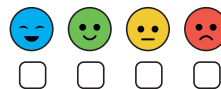
☐

☐

Évaluation de l'unité 3

Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension de l'unité 3?
Coche la case appropriée.



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

- | | |
|---|--|
| <p>① Un carré dont sa diagonale mesure 12 pieds alors son aire = pieds carrés.
(a) 36 (b) 72
(c) 144 (d) 180</p> <p>③ Un trapèze dont sa hauteur est de 3 cm et la longueur de sa base moyenne est de 10 cm alors son aire = centimètres carrés.
(a) 7,5 (b) 15 (c) 30 (d) 60</p> | <p>② Laquelle des options suivantes est l'image du point $(-2; -5)$ par la symétrie par rapport à l'axe des Y?
(a) $(2; 5)$ (b) $(2; -5)$
(c) $(-2; 5)$ (d) $(-5; -2)$</p> <p>④ La rotation qui fait que la forme est l'image d'elle-même est une rotation autour de l'origine d'un angle de
(a) 90° (b) -90° (c) 180° (d) 360°</p> |
|---|--|

► Complète chacun de ce qui suit avec la bonne réponse:

- ⑤ Un losange dont son côté mesure 15 cm et dont les longueurs de ses diagonales sont 18 cm et 24 cm, alors sa hauteur = cm.
- ⑥ La translation qui fait que le point $A'(-3; 2)$ est l'image du point $A(5; -3)$ est
- ⑦ Un trapèze dont sa hauteur est de 5 cm et les longueurs de ses deux bases sont 10 cm et 12 cm, alors son aire = centimètres carrés.
- ⑧ L'image du point $(4; 5)$ par la translation $(-2; 2)$ est

► Réponds aux questions suivantes:

- ⑨ Dessine un angle de mesure 45° , puis bissecte-le à l'aide d'une règle et d'un compas.
- ⑩ Dessine sur une grille carrée le triangle ABC où $A(1; 2)$, $B(1; -1)$ et $C(5; 2)$, puis dessine son image par la rotation $R(O; -90^\circ)$.
- ⑪ Un trapèze dont les longueurs de ses deux bases sont 6 mètres, X mètres, sa hauteur est de 9 mètres et son aire est de 72 mètres carrés. Trouve la valeur de X .
- ⑫ Trace sur une grille carrée $\overline{AB}$ où $A(2; 1)$ et $B(3; 5)$ puis dessine son image par la symétrie par rapport à l'axe des abscisses suivie de la symétrie par rapport à l'axe des ordonnées.

Activité de l'unité 3

Les constructions géométriques et la décoration

► **L'objectif de l'activité:** Approfondir la compréhension et développer les compétences des élèves en constructions géométriques et les appliquer dans des situations de la vie et spécifiques à la décoration d'une pièce.

► **Les étapes de mise en œuvre:** En collaboration avec deux de tes camarades:

- ① Détermine l'endroit approprié pour accrocher un tableau sur un mur de dimensions (4 mètres et 3,5 mètres) dans une pièce de manière à ce que le tableau soit au centre du mur et à une hauteur de (2 mètres) du sol.
- ② Détermine la construction géométrique appropriée pour déterminer l'emplacement du clou à une hauteur de (2 mètres) du sol et au centre du mur.
- ③ Utilise une échelle appropriée pour tracer un rectangle représentant le mur, puis indique géométriquement les étapes pour déterminer l'emplacement du clou en utilisant la construction géométrique que tu as choisie.
- ④ Indique les étapes suivies pour déterminer l'emplacement du clou.



UNITÉ 4

Les probabilités

Leçons de l'unité

4-1 L'expérience aléatoire - L'espace des éventualités - Les événements

4-2 La probabilité théorique et la probabilité expérimentale

Les domaines de l'intelligence artificielle (IA) comprennent le développement d'algorithmes et de programmes informatiques qui sont capables d'analyser les données et de faire des prédictions dans divers domaines.

► Peut-on utiliser l'intelligence artificielle (IA) pour analyser des données mathématiques complexes afin d'en tirer des résultats et de prendre des décisions de manière précise et rapide?

Les enjeux et les compétences de vie

- La communication mathématique
- La confiance en soi
- La langue et la traduction
- La pensée créative

Les valeurs

- La responsabilité
- La conscience de la santé
- Le travail
- Le respect d'autrui

Leçon 4 - 1

L'expérience aléatoire - L'espace des éventualités - Les événements



■ Résultats d'apprentissage

- Comprendre le concept d'expérience aléatoire.
- Comprendre le concept d'espace des éventualités.
- Comprendre le concept d'événement et ses types.
- Distinguer entre l'événement certain, l'événement impossible et l'événement possible.
- Utiliser les concepts d'expérience aléatoire, d'espace des éventualités et d'événements pour résoudre des problèmes.

■ Vocabulaire

- L'expérience aléatoire
- L'espace des éventualités
- Les événements
- L'événement certain
- L'événement impossible
- L'événement possible

Sois prêt!



La participation à des activités scolaires aide grandement à développer des compétences sociales, à construire la confiance en soi et à favoriser la créativité.

Le tableau ci-contre présente deux types d'activités scolaires: des activités artistiques et des activités sportives.

Quelles sont toutes les options possibles pour participer à deux activités, l'une artistique et l'autre sportive?

Les activités scolaires

Les activités artistiques	Les activités sportives
La musique Le dessin	Le football Le volley-ball Le basket-ball



Dans cette leçon, tu apprendras le concept d'expérience aléatoire et le concept d'événement, ainsi que comment trouver l'espace des éventualités pour une expérience aléatoire, ce qui te permettra de résoudre ce type de problèmes de la vie.

Réfléchis et discute!



Sameh a tiré une balle d'un panier contenant 3 balles rouges identiques sans les regarder.

Magdi a tiré une balle d'un panier contenant 3 balles identiques de couleurs: rouge, vert et jaune sans les regarder.

Samar a tiré une balle d'un panier contenant 3 balles identiques dont les couleurs sont inconnues sans les regarder.

- ▶ Qui parmi eux, selon toi, peut connaître la couleur possible de la balle tirée avant de la tirer?
- ▶ Qui parmi eux peut déterminer la couleur de la balle tirée de manière certaine avant de la tirer?

Apprends!



L'expérience aléatoire – L'espace des éventualités

L'expérience aléatoire

Elle est toute expérience dont tous les issues possibles peuvent être connus avant de l'effectuer, mais nous ne pouvons pas déterminer lequel de ces issues se réalisera effectivement lors de son exécution.

L'espace des éventualités (ou l'espace des issues)

Il est l'ensemble de tous les issues possibles d'une certaine expérience aléatoire et il est généralement noté par le symbole (E) et le nombre d'éléments de l'espace des éventualités est noté par le symbole $n(E)$.

Par exemple:



- L'expérience de lancer une pièce de monnaie équilibrée une fois et d'observer la face supérieure est **une expérience aléatoire** car:
 - On ne peut déterminer l'issue qui se produira réellement qu'après avoir effectué l'expérience.
 - On peut connaître tous ses issues possibles avant de l'effectuer, ce sont l'apparition de la face (F) ou l'apparition de la pile (P).
L'espace des éventualités est $= \{F; P\}$ et s'écrit $E = \{F; P\}$
Le nombre d'éléments de l'espace des éventualités est de deux éléments et s'écrit $n(E) = 2$
- L'expérience de choisir une carte portant la lettre (B) parmi un ensemble de cartes identiques, toutes portant la lettre (B), **n'est pas une expérience aléatoire**, car on peut connaître son issue de manière certaine avant de l'effectuer et c'est une carte portant la lettre B .
- L'expérience de tirer une boule colorée d'une boîte contenant un nombre de boules identiques dont les couleurs ne sont pas connues **n'est pas une expérience aléatoire**, car on ne peut pas prédire la couleur de la boule avant d'effectuer l'expérience.

■ Auto-évaluation ①

Indique lesquelles des expériences suivantes sont aléatoires et lesquelles ne sont pas aléatoires, puis écris l'espace des éventualités pour chacune des expériences aléatoires, en précisant le nombre de ses éléments:

- 1 Tirer une boule d'un sac contenant une boule blanche, une boule jaune, une boule rouge et une boule verte, toutes sont identiques et observer sa couleur.
- 2 Lancer un cube régulier une seule fois portant sur ses faces les nombres de 30 à 35 et observer le nombre apparu sur la face supérieure.
- 3 Tirer une carte parmi 7 cartes identiques, toutes portant le chiffre 5 et observer le nombre écrit sur la carte.

Exemple ①

Indique lesquelles des expériences suivantes sont aléatoires et lesquelles ne sont pas aléatoires, puis écris l'espace des éventualités pour chacune des expériences aléatoires, en précisant le nombre de ses éléments:

- 1 Lancer un dé régulier une fois et observer le nombre apparu sur la face supérieure.
- 2 Tirer une boule d'un sac contenant une boule rouge, une boule bleue et une boule jaune, toutes identiques et observer sa couleur.
- 3 Tirer une boule d'un ensemble de boules vertes identiques et observer la couleur de la boule tirée.
- 4 Tirer une carte parmi 7 cartes identiques numérotées de 12 à 18 et observer le nombre écrit sur la carte.
- 5 Tirer une boule numérotée d'une boîte contenant un ensemble de boules identiques numérotées (sans connaître leurs numéros) et observer le numéro de la boule tirée.



- 1 Expérience aléatoire
 $E = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$, $n(E) = 6$
- 2 Expérience aléatoire, en supposant que: Rouge = R , Bleu = B , Jaune = J , alors:
 $E = \{R; B; J\}$, $n(E) = 3$
- 3 N'est pas une expérience aléatoire.
- 4 Expérience aléatoire.
 $E = \{12; 13; 14; 15; 16; 17; 18\}$, $n(E) = 7$
- 5 N'est pas une expérience aléatoire.

■ **Auto-évaluation** ②

Un restaurant propose trois types de jus: la mangue (M), l'orange (O) et la pomme (P). Si Osama et Ashraf commandent deux boissons en ordre, quels sont tous les issues possibles de leur choix?

■ **Remarque que**

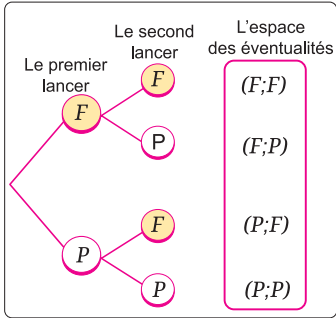
- ① L'espace des issues de l'expérience de lancer deux pièces de monnaie distinctes (différentes par la couleur, la forme ou la taille...) en même temps est le même que l'espace des issues de l'expérience de lancer une seule pièce de monnaie deux fois consécutivement. Chaque issue de l'expérience est un couple ordonné, où sa première composante est la face de la première pièce et sa deuxième composante est la face de la deuxième pièce.
- ② L'espace des éventualités pour l'expérience de lancer un dé régulier deux fois consécutivement est le même que l'espace des éventualités pour l'expérience de lancer deux dés distincts une seule fois.

Exemple ②

Écris l'espace des éventualités pour chacune des deux expériences aléatoires suivantes en précisant le nombre de ses éléments:

- ① Expérience de lancer une pièce de monnaie régulier deux fois consécutivement et d'observer la séquence d'apparition des faces et des piles.
- ② Expérience de lancer un dé régulier deux fois consécutivement et d'observer le nombre apparu sur la face supérieure lors des deux lancers.

- ✓ ① Chaque issue de l'expérience est un couple ordonné, où sa première composante est l'issue du premier lancer et sa deuxième composante est l'issue du deuxième lancer. Étant donné que les issues possibles pour le premier lancer et le deuxième lancer sont: face (F) et pile (P), il est possible d'utiliser l'arbre graphique correspondant pour trouver les éléments de l'espace des éventualités.
- $E = \{(F; F), (F; P), (P; F), (P; P)\}$



$n(E) = 4$

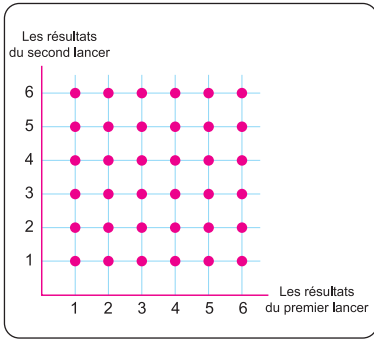
- **Remarque que:** $(F; P) \neq (P; F)$
- ② Chaque issue de l'expérience est un couple ordonné, où sa première composante est l'issue du premier lancer et sa deuxième composante est l'issue du deuxième lancer. L'espace des éventualités (E) peut être représenté sous forme de tableau ou graphiquement sur la grille comme suit:

1 **Sous forme de tableau**

Le deuxième lancer Le premier lancer	1	2	3	4	5	6
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)	(1;5)	(1;6)
2	(2;1)	(2;2)	(2;3)	(2;4)	(2;5)	(2;6)
3	(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)	(3;5)	(3;6)
4	(4;1)	(4;2)	(4;3)	(4;4)	(4;5)	(4;6)
5	(5;1)	(5;2)	(5;3)	(5;4)	(5;5)	(5;6)
6	(6;1)	(6;2)	(6;3)	(6;4)	(6;5)	(6;6)

$n(E) = 6 \times 6 = 36$

2 **Graphiquement sur la grille**



Les événements

- L'événement** est un sous-ensemble de l'espace des éventualités.
- La réalisation de l'événement** se dit réalisé si l'issue de l'expérience aléatoire après son exécution est l'un des éléments de l'ensemble qui compose cet événement.
- L'événement certain (C)** est un événement qui doit nécessairement se produire lors de l'exécution de l'expérience aléatoire.
- L'événement impossible (φ)** est un événement qui ne peut pas se produire lors de l'exécution de l'expérience aléatoire.
- L'événement simple (ou élémentaire)** est un sous-ensemble de l'espace des éventualités (E) contenant un seul élément.
- L'événement possible** est un sous-ensemble effectif de l'espace des éventualités.

■ Auto-évaluation ③

Dans l'expérience de choisir un nombre entier parmi les nombres de 2 à 11, écris l'espace des éventualités puis détermine chacun des événements suivants en indiquant lesquels sont simples, lesquels sont certains et lesquels sont impossibles:

- 1 Événement d'apparition d'un nombre impair.
- 2 Événement d'apparition d'un nombre inférieur à 16.
- 3 Événement d'apparition d'un nombre inférieur ou égal à 4.
- 4 Événement d'apparition du nombre 6.
- 5 Événement d'apparition d'un nombre pair divisible par 9.
- 6 Événement d'apparition d'un nombre carré parfait.

■ Auto-évaluation ④

Dans l'expérience de lancer un dé régulier deux fois consécutivement et d'observer le nombre qui apparaît sur la face supérieure lors des deux lancers, écris chacun des événements suivants:

- 1 L'événement (A) est l'événement d'obtenir deux nombres dont la somme est 8.
- 2 L'événement (B) est l'événement d'obtenir deux nombres dont le plus grand est le nombre 3.
- 3 L'événement (C) est l'événement d'obtenir deux nombres égaux.

Exemple 3

Si un dé régulier est lancé une fois et que le chiffre apparu sur la face supérieure est observé, écris l'espace des éventualités puis détermine chacun des événements suivants en indiquant lesquels sont simples, lesquels sont certains et lesquels sont impossibles:

- 1 L'événement (A) est l'événement de l'apparition d'un chiffre pair.
- 2 L'événement (B) est l'événement de l'apparition d'un chiffre supérieur à 1.
- 3 L'événement (C) est l'événement de l'apparition d'un chiffre pair premier.
- 4 L'événement (D) est l'événement de l'apparition d'un chiffre inférieur à 7.
- 5 L'événement (E) est l'événement de l'apparition du chiffre 8.



L'espace des éventualités est: $E = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

- 1 $A = \{2; 4; 6\}$
- 2 $B = \{2; 3; 4; 5; 6\}$
- 3 $C = \{2\}$
- 4 $D = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} = E$
- 5 $E = \phi$

"Événement simple"

"Événement certain"

"Événement impossible"

Exemple 4

À partir du groupe de chiffres $\{3; 4; 6; 7\}$, forme un nombre de deux chiffres différents.

Écris l'espace des éventualités pour cette expérience, puis détermine chacun des événements suivants:

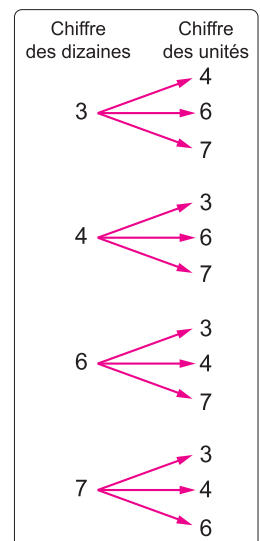
- 1 L'événement (A) est l'événement «le chiffre des dizaines est impair».
- 2 L'événement (B) est l'événement «le nombre est divisible par 4».
- 3 L'événement (C) est l'événement «la somme des deux chiffres est 10».



L'espace des éventualités est:

$E = \{34; 36; 37; 43; 46; 47; 63; 64; 67; 73; 74; 76\}$

- 1 $A = \{34; 36; 37; 73; 74; 76\}$
- 2 $B = \{36; 64; 76\}$
- 3 $C = \{37; 46; 64; 73\}$



Évaluation de la leçon



Premièrement

Mesurer les concepts



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

- ① Tirer une carte d'un ensemble de cartes identiques numérotées sans connaître les numéros écrits sur les cartes:
(a) Expérience aléatoire.
(b) Ce n'est pas une expérience aléatoire.
(c) Événement impossible.
(d) Événement certain.
- ② Dans l'expérience de choisir un des chiffres du nombre 5742 de manière aléatoire, quel est l'espace des éventualités?
(a) {2; 4; 5}
(b) {2; 4; 5; 7}
(c) {57; 74; 42}
(d) {5742}
- ③ Dans l'expérience de former un nombre de deux chiffres différents à partir de l'ensemble des chiffres {1; 3; 4}, quel est le nombre d'éléments de l'événement qui exprime que "le nombre résultant est impair"?
(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 6
- ④ Dans l'expérience de lancer une pièce de monnaie régulier quatre fois consécutives, quel est le nombre d'éléments de l'espace des éventualités?
(a) 2 (b) 4 (c) 8 (d) 16
- ⑤ Dans l'expérience de lancer un dé régulier une fois, lequel des événements suivants est un événement simple?
(a) Événement d'obtenir un nombre supérieur à 6.
(b) Événement d'obtenir un nombre pair premier.
(c) Événement d'obtenir un nombre inférieur ou égal à 2.
(d) Événement d'obtenir un nombre impair premier.

Deuxièmement

Appliquer les concepts scientifiques



- ⑥ Dans l'expérience de lancer un dé régulier une fois et d'observer le nombre qui apparaît sur la face supérieure. **Écris l'espace des éventualités puis écris chacun des événements suivants en indiquant lequel est simple, lequel est certain et lequel est impossible:**
 - ① L'événement (A) est l'événement de l'apparition d'un chiffre supérieur à zéro.
 - ② L'événement (B) est l'événement de l'apparition d'un chiffre divisible par 3.
 - ③ L'événement (C) est l'événement de l'apparition d'un chiffre inférieur ou égal à 4.
 - ④ L'événement (D) est l'événement de l'apparition d'un chiffre qui vérifie l'inéquation: $X > 5$
 - ⑤ L'événement (E) est l'événement de l'apparition d'un chiffre impair non premier.
 - ⑥ L'événement (F) est l'événement de l'apparition d'un chiffre supérieur à 4 et inférieur à 5.
 - ⑦ L'événement (G) est l'événement de l'apparition d'un chiffre qui n'est pas un carré parfait.
- ⑦ Un sac contenant 25 cartes identiques et numérotées de 1 à 25, une carte a été tirée au hasard et le nombre écrit sur la carte tirée a été observé: **Écris chacun des événements suivants:**
 - ① L'événement (A) est l'événement de l'apparition d'un nombre inférieur à 4.
 - ② L'événement (B) est l'événement de l'apparition d'un nombre qui est un des multiples de 6.
 - ③ L'événement (C) est l'événement de l'apparition d'un nombre impair divisible par 5.
 - ④ L'événement (D) est l'événement de l'apparition d'un nombre cube parfait.



- 8 Dans une expérience de lancer une pièce de monnaie régulière deux fois consécutivement et d'observer la séquence d'apparition des faces et des piles. **Écris l'espace des éventualités (E), puis exprime chacun des événements suivants:**



- ① L'événement (A) est l'événement "apparition d'une pile au premier lancer".
- ② L'événement (B) est l'événement "apparition d'une pile dans un des deux lancers seulement".
- ③ L'événement (C) est l'événement "apparition de la même chose dans les deux lancers".
- ④ L'événement (D) est l'événement où "n'apparaît pas une face".
- ⑤ L'événement (E) est l'événement "apparition de choses différentes dans les deux lancers".



- 9 Une pièce de monnaie régulière a été lancée puis un dé régulier et a été observé la face supérieure de la pièce de monnaie et le nombre apparu sur la face supérieure du dé.

Représente l'espace des éventualités sous forme d'arbre, puis trouve les deux événements suivants:

- ① L'événement (A) est l'événement "apparition d'une pile et d'un nombre pair".
- ② L'événement (B) est l'événement "apparition d'une face et d'un nombre impair".

- 10 Dans une expérience de lancer un dé régulier deux fois consécutivement, **écris les événements suivants:**

- ① L'événement (A) est l'événement "apparition du nombre 3 au second lancer".
- ② L'événement (B) est l'événement "apparition de deux nombres dont la somme est supérieure ou égale à 10".
- ③ L'événement (C) est l'événement "apparition de deux nombres dont la somme est 15".

Troisièmement

L'analyse et l'intégration des disciplines



- 11 **Sport:** Lors de l'inscription dans un des centres de jeunesse pour pratiquer des activités sportives pendant les vacances d'été, l'espace des éventualités = {La natation, le squash, le volley-ball, le tennis, le cyclisme et le football}, si l'événement A est le choix d'un des sports de balle et l'événement B est le choix d'un des sports de raquette. Écris chacun des événements A et B.



Assure-toi de passer tes vacances à pratiquer des activités utiles telles que: le sport et la lecture.

- 12 **Nutrition:** Un des restaurants propose des déjeuners composés d'un plat principal et d'un seul type d'entrée. Quelles sont les différentes possibilités de choix d'un des repas?

Le menu	
Le plat principal	Les entrées
Viandes	Salade
Poulets	Soupe
Poissons	

L'alimentation saine est essentielle pour maintenir la santé du corps, car elle renforce le système immunitaire et prévient les maladies.

Évalue ta compréhension

Quel est ton niveau de compréhension de l'expérience aléatoire - de l'espace des éventualités - des événements? Coche la case appropriée.



Leçon 4 - 2

La probabilité théorique et la probabilité expérimentale



■ Résultats d'apprentissage

- Connaître le concept de probabilité théorique.
- Connaître le concept de probabilité expérimentale.
- Distinguer entre la probabilité expérimentale et la probabilité théorique.
- Utiliser les lois du calcul des probabilités pour résoudre des problèmes.

■ Vocabulaire

- La probabilité théorique
- La probabilité expérimentale

Sois prêt!



Si l'entraîneur de l'équipe nationale de football d'Égypte a entraîné deux joueurs à tirer des penalties. Le premier joueur a tiré 12 penalties, réalisant 9 buts, tandis que le deuxième joueur a tiré 15 penalties, réalisant 12 buts. Si l'équipe obtient une chance de tirer un penalty lors d'un des matchs. Lequel des joueurs l'entraîneur choisira-t-il pour exécuter le penalty?

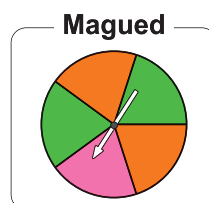
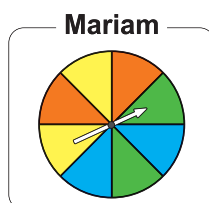
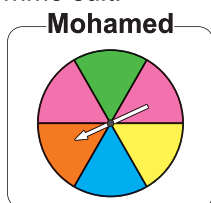


Dans cette leçon, tu apprendras le concept de probabilité et comment en trouver la valeur, ce qui te permettra de résoudre ce type de problèmes de la vie.

Réfléchis et discute!



Mohamed, Mariam et Magued ont conçu chacun un disque tournant pour jouer, chaque disque étant divisé en secteurs circulaires d'aire égale comme suit:



L'indicateur de chacun d'eux tourne pour s'arrêter sur l'un des secteurs colorés.

► **Lequel de ces disques, selon toi, réalise le principe d'égalité des chances?**

Apprends!



La probabilité théorique

La probabilité théorique repose sur le principe d'égalité des chances ou d'égalité des possibilités, et elle est égale au rapport entre le nombre d'issues de l'événement et le nombre total d'issues.

C'est-à-dire que:
$$= \frac{\text{Nombre d'issues de l'événement } A}{\text{Nombre total d'issues}}$$

La probabilité que l'événement A se produise est notée par $P(A)$.

■ Auto-évaluation ①

Une carte a été tirée au hasard parmi des cartes identiques numérotées de 5 à 14.

Trouve la probabilité que la carte tirée porte:

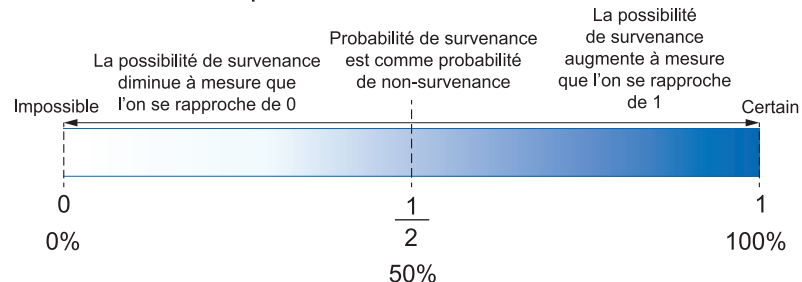
- ① un nombre impair.
- ② un nombre pair supérieur à 9.
- ③ un nombre premier.
- ④ un nombre inférieur à 5.
- ⑤ un nombre carré parfait.

■ Remarque que:

La probabilité peut être écrite sous forme de fraction ordinaire, de fraction décimale ou de pourcentage.

Remarque que:

- La probabilité de l'événement impossible est égale à zéro. et elle s'écrit: $P(\emptyset) = 0$
- La probabilité de l'événement certain est égale à un. et elle s'écrit: $P(C) = 1$
- La probabilité de l'événement possible se situe entre zéro et un entier, comme indiqué ci-dessous:



Exemple ①

Lors du lancer d'un dé régulier une fois et en observant la face supérieure, trouve la probabilité de chacun des événements suivants:

- ① A événement "obtenir un nombre pair"
- ② B événement "obtenir un nombre inférieur à 8"
- ③ C événement "obtenir un nombre impair premier"
- ④ D événement "obtenir le nombre 4"
- ⑤ E événement "obtenir un nombre supérieur à 6"



Tous les résultats qui apparaissent sont: 1; 2; 3; 4; 5 et 6 et leur nombre est égal à 6.

- ① $\therefore$ Les nombres pairs sont: 2; 4 et 6 et leur nombre est égal à 3.

$$\therefore P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Et peut s'écrire: $P(A) = \frac{1}{2}$ ou $P(A) = 0,5$ ou $P(A) = 50\%$

- ② $\therefore$ Les nombres inférieurs à 8 sont: 1; 2; 3; 4; 5 et 6 et leur nombre est égal à 6.

$$\therefore P(B) = \frac{6}{6} = 1$$

Et peut s'écrire: $P(B) = 1$ ou $P(B) = 100\%$

- ③ $\therefore$ Les nombres impairs premiers sont: 3 et 5 et leur nombre est égal à 2.

$$\therefore P(C) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Et peut s'écrire: $P(C) = \frac{1}{3}$ ou $P(C) = 0,\bar{3}$ ou $P(C) = 33\frac{1}{3}\%$

- ④ $\therefore$ Le nombre 4 est un seul nombre.

$$\therefore P(D) = \frac{1}{6}$$

- ⑤ $\therefore$ Il n'y a aucun nombre supérieur à 6, c'est-à-dire que leur nombre est égal à 0.

$$\therefore P(E) = \frac{0}{6} = 0$$

■ Auto-évaluation ②

À partir de l'ensemble de chiffres $\{2; 3; 5; 7\}$
Forme un nombre à deux chiffres différents, si l'un de ces nombres est choisi au hasard, trouve la probabilité que:

- ① Le chiffre des dizaines soit supérieur au chiffre des unités.
- ② Le nombre soit premier.
- ③ L'un des deux chiffres soit pair.

■ Auto-évaluation ③

Le cinéma propose une sélection de films comme suit:
3 films comiques, 2 films d'animation, 1 film d'horreur et 4 films sociaux.
Si tu choisis un film au hasard, quelle est la probabilité que le film soit:

- ① Social?
- ② Un film d'horreur?
- ③ Comique ou social?
- ④ Pas comique?

■ Remarque que:

- La somme des probabilités de tous les issues d'une expérience aléatoire = 1

Dans l'exemple 3:

$$P(B) + P(R) + P(V) = 0,6 + 0,1 + 0,3 = 1$$

- Pour tout événement A, on a:

$$P(A) + P(\text{non } A) = 1$$

Exemple 2

Une pièce de monnaie régulière a été lancée deux fois consécutivement et la séquence des faces et des piles a été observée.

Trouve la probabilité de chacun des événements suivants:

- ① A événement "obtenir deux faces".
- ② B événement "obtenir au moins une face".
- ③ C événement "obtenir la même chose aux deux lancers".
- ④ D événement "obtenir une face au premier lancer".



Tous les issues qui apparaissent sont: $(F; F)$, $(F; P)$, $(P; F)$, $(P; P)$ et leur nombre est 4

- ① Les issues avec deux faces sont $(F; F)$ et leur nombre est 1

$$\therefore P(A) = \frac{1}{4}$$

- ② Les issues avec au moins une face sont $(F; F)$, $(F; P)$, $(P; F)$ et leur nombre est 3

$$\therefore P(B) = \frac{3}{4}$$

- ③ Les issues avec la même chose aux deux lancers sont $(F; F)$, $(P; P)$ et leur nombre est 2

$$\therefore P(C) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

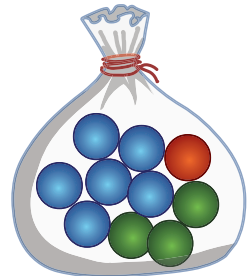
- ④ Les issues avec une face au premier lancer sont $(F; P)$, $(F; F)$ et leur nombre est 2

$$\therefore P(D) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Exemple 3

Un sac contient une balle rouge, 6 balles bleues et 3 balles vertes toutes identiques. Si une balle est tirée au hasard du sac et que sa couleur est observée, quelle est la probabilité que la balle tirée soit:

- ① Bleue?
- ② Blanche?
- ③ Rouge?
- ④ Verte?
- ⑤ Bleue ou verte?
- ⑥ Pas verte?



En supposant que (Rouge = R), (Bleue = B), (Verte = V) et (Blanche = W)

Le nombre total de balles = $3 + 6 + 1 = 10$ balles.

$$\textcircled{1} P(B) = \frac{6}{10} = 0,6$$

$$\textcircled{2} P(W) = \frac{0}{10} = 0$$

$$\textcircled{3} P(R) = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$\textcircled{4} P(V) = \frac{3}{10} = 0,3$$

$$\textcircled{5} P(B \text{ ou } V) = \frac{6+3}{10} = \frac{9}{10} = 0,9$$

$$\textcircled{6} P(\text{non } V) = \frac{1+6}{10} = \frac{7}{10} = 0,7$$

■ Remarque que

Chaque balle a la même chance d'apparaître où:

- R a 1 chance
- B a 6 chances
- V a 3 chances

► Une autre solution pour calculer la probabilité que la balle tirée ne soit pas verte:

$$\therefore P(V) = 0,3 \quad \therefore P(\text{non } V) = 1 - 0,3 = 0,7$$

■ Auto-évaluation ④

Un dé régulier a été lancé 150 fois et le nombre apparaissant sur la face supérieure a été observé. Les résultats des apparitions des nombres sont les suivants:

Le nombre	Le nombre de fois d'apparition
1	28
2	19
3	23
4	28
5	25
6	27

► Trouve la probabilité expérimentale:

① Pour l'apparition du nombre 2.

② De ne pas obtenir le nombre 5.

Trouve la probabilité théorique pour l'apparition du nombre 2.

■ Auto-évaluation ⑤

Lorsqu'une boule colorée est tirée d'un sac contenant quatre boules identiques, rouge, verte, bleue et blanche. Le pourcentage du nombre de fois que la boule a été tirée est comme dans le tableau suivant:

La couleur	Le Pourcentage du nombre de tirages
Verte	23%
Bleue	27%
Blanche	28%
Rouge	22%

① Trouve la probabilité expérimentale de ne pas tirer la boule bleue.

② Si le nombre de fois que l'expérience a été réalisée est de 200 fois, trouve le nombre de fois qu'une boule blanche a été tirée.

③ Trouve la probabilité théorique de tirer la boule rouge.

La probabilité expérimentale

La probabilité expérimentale dépend de la réalisation d'une expérience en pratique, puis de l'enregistrement de ses issues et enfin de l'utilisation de ces issues pour calculer la probabilité comme suit:

$$\text{La probabilité expérimentale de l'événement (A)} \\ = \frac{\text{Nombre de fois que l'événement (A) se produit}}{\text{Nombre de fois que l'expérience a été réalisée}}$$

Exemple ④

Si une pièce de monnaie régulière est lancée 100 fois et que la face est apparu 41 fois. Trouve la probabilité expérimentale d'apparition:

① de la face (F).

② de la pile (P).



① Le nombre de fois que la face (F) apparaît est de 41 fois

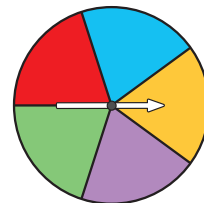
$$\therefore P(F) = \frac{41}{100} = 0,41 = 41\%$$

■ Remarque que

Dans l'expérience de lancer une pièce de monnaie régulière une fois, tu trouves que la probabilité théorique d'apparition de la face est $(50\% \Rightarrow) \frac{1}{2}$ et donc il existe une différence entre la probabilité expérimentale d'apparition de la face dans l'exemple adjacent (41%) et la probabilité théorique d'apparition de la face (50%), et nous remarquons que plus le nombre de fois que l'expérience est réalisée est élevé, plus la valeur de la probabilité expérimentale se rapproche de la valeur de la probabilité théorique.

Exemple ⑤

Un disque tournant a été divisé en plusieurs secteurs colorés et d'aire égale. Si le disque est tourné 50 fois et que le tableau ci-contre montre le nombre de fois que l'indicateur s'est arrêté sur chaque couleur.



La couleur	Nombre de fois
Rouge	8
Bleu	9
Jaune	13
Vert	9
Violet	11

① Trouve la probabilité expérimentale que l'indicateur s'arrête sur la couleur jaune.

② Trouve la probabilité théorique que l'indicateur s'arrête sur la couleur jaune.

③ Si le nombre de fois que le disque est tourné augmente à 500 fois, que prévois-tu concernant la chance que l'indicateur s'arrête sur la couleur jaune?



① La probabilité expérimentale que l'indicateur s'arrête sur la couleur jaune est:

$$\frac{13}{50} = 0,26 = 26\%$$

② Les cinq couleurs sont réparties également sur le disque tournant.

La probabilité théorique que l'indicateur s'arrête sur la couleur jaune est:

$$\frac{1}{5} = 0,2 = 20\%$$

③ Lorsque le nombre de fois que le disque est tourné augmente à 500, nous prévoyons que la chance que l'indicateur s'arrête sur la couleur jaune diminue jusqu'à ce que la valeur de la probabilité expérimentale se rapproche de la valeur de la probabilité théorique (20%).

Évaluation de la leçon



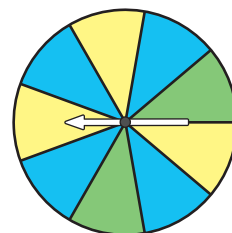
Premièrement

Mesurer les concepts



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

- ① Si tu penses à acheter un stylo d'un ensemble de stylos identiques contenant 5 stylos rouges, 2 stylos bleus, 3 stylos noirs et tu as choisi un stylo au hasard, quelle est la probabilité que le stylo soit bleu?
(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{5}$ (c) $\frac{2}{15}$ (d) $\frac{1}{15}$
- ② Dans une expérience de lancer un dé régulier une fois, quelle est la probabilité d'obtenir un nombre divisible par 2?
(a) Zéro (b) $33\frac{1}{3}\%$ (c) 50% (d) 75%
- ③ En lançant un dé régulier 10 fois consécutivement, si le nombre 4 apparaît deux fois sur la face supérieure du dé, quelle est la probabilité expérimentale de ne pas obtenir le nombre 4?
(a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{2}{10}$ (c) $\frac{5}{6}$ (d) $\frac{8}{10}$
- ④ Si A est un événement d'une expérience aléatoire avec des chances égales d'apparition et que la probabilité de l'événement A est de 40%, et que le nombre d'éléments de l'espace des éventualités est de 15 éléments, quel est le nombre d'éléments de l'événement A?
(a) 2 (b) 4 (c) 6 (d) 10
- ⑤ Hamza a un jeu de roulette divisé en 9 sections égales, comme indiqué dans la figure ci-contre. Lorsque la roulette tourne, l'indicateur tombe aléatoirement sur l'une des sections. Quelle est la probabilité que l'indicateur tombe sur la couleur bleue ou jaune?
(a) $\frac{2}{9}$ (b) $\frac{4}{9}$ (c) $\frac{7}{9}$ (d) $\frac{8}{9}$



Deuxièmement

Appliquer les concepts scientifiques



- ⑥ Une classe comporte 15 élèves, dont 4 ont les cheveux noirs, 5 ont les cheveux bruns et 6 ont les cheveux blonds. Si un élève est choisi au hasard, trouve la probabilité que l'élève:
 - ① Aie les cheveux noirs.
 - ② N'ait pas les cheveux bruns.
 - ③ Aie les cheveux blonds ou bruns.
- ⑦ Dans une expérience de lancer d'un dé régulier une fois, trouve la probabilité de chacun des événements suivants:
 - ① A événement d'apparition d'un nombre impair.
 - ② B événement d'apparition d'un nombre supérieur à 4.
 - ③ C événement d'apparition d'un nombre 3.
 - ④ D événement d'apparition d'un nombre inférieur à 7.
 - ⑤ E événement d'apparition d'un nombre qui vérifie l'inéquation " $x \geq 2$ ".
 - ⑥ F événement d'apparition d'un des facteurs du nombre 6.
- ⑧ Si une carte est tirée au hasard parmi des cartes identiques numérotées de 20 à 29, trouve la probabilité que la carte porte un nombre:
 - ① Supérieur à 25.
 - ② Inférieur à 20.
 - ③ Premier.
 - ④ Pair.
- ⑨ Si tu choisis au hasard un nombre parmi l'ensemble des nombres {31; 29; 23; 19; 17; 13}, trouve la probabilité que la somme des chiffres du nombre choisi soit un nombre pair.
- ⑩ Dans une expérience de formation d'un nombre composé de deux chiffres à partir de l'ensemble des chiffres {4; 5; 7}, quelle est la probabilité de chacun des événements suivants:
 - ① A événement que la somme des deux chiffres soit 9.
 - ② B événement que le chiffre des dizaines soit impair.
 - ③ C événement que le produit des deux chiffres soit 35.
 - ④ D événement que le chiffre des dizaines = le chiffre des unités.



- 11 **Culture:** Dans ta bibliothèque personnelle, tu as 12 livres littéraires, 8 livres historiques et 10 livres scientifiques. Si tu choisis un livre au hasard, quelle est la probabilité de choisir un livre littéraire?



La lecture est un moyen d'acquérir des connaissances, de développer la pensée et d'élargir les horizons.

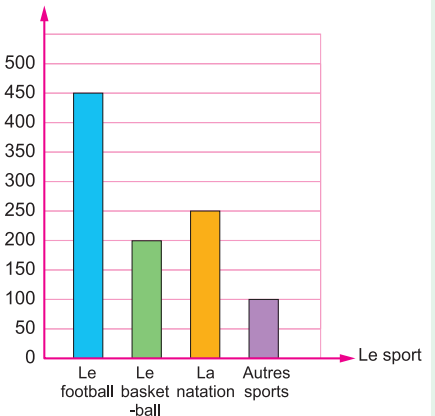


La compétition loyale repose sur le respect des règles du jeu, l'engagement envers l'éthique sportive et le respect de l'adversaire.

- 12 **Sport:** Dans une expérience de test de deux joueurs pour en recruter un dans une équipe de basket-ball d'un club, le premier joueur a lancé le ballon 15 fois et a marqué 6 tirs, tandis que le second a lancé le ballon 20 fois et a marqué 9 tirs. Détermine lequel des joueurs l'entraîneur choisira pour l'équipe, et pourquoi?

- 13 **Sport:** Le diagramme à barres ci-contre montre les sports préférés de 1000 étudiants. Si un étudiant est choisi au hasard,
- ① quelle est la probabilité qu'il préfère le basket-ball?
 - ② quelle est la probabilité qu'il ne préfère pas la natation?
 - ③ quelle est la probabilité qu'il préfère le football?

Le nombre d'élèves



- 14 **Divertissement et apprentissage:** Le diagramme en tiges et feuilles ci-contre indique le nombre d'heures que 30 étudiants passent à étudier leurs leçons chaque semaine. Si un étudiant est choisi au hasard, quelle est la probabilité que l'étudiant choisis:

- ① passe plus de 32 heures à étudier?
- ② passe moins de 27 heures à étudier?
- ③ passe plus de 16 heures et moins de 30 heures à étudier?

La tige	Les feuilles							
0	1	4	5	6	8	8	9	
1	0	0	1	1	1	6	7	8
2	0	1	2	2	3	4	5	5
3	0	1	3	4	5	6	6	

La clé 1 | 6 signifie 16

Pensée créative



- 15 Un sac contient un certain nombre de balles identiques, dont 5 balles sont blanches et le reste est de couleur rouge. Si la probabilité de tirer une balle rouge est égale à $\frac{2}{3}$, trouve le nombre total de balles.

Évalue ta compréhension

Quel est ton niveau de compréhension de la probabilité théorique et de la probabilité expérimentale? Coche la case appropriée.



Évaluation de l'unité 4

Évalue ta compréhension

Quel est ton niveau de compréhension de l'unité 4?



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

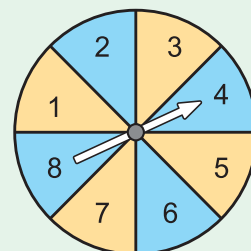
- ① Dans l'expérience de lancer un dé régulier une fois, quelle est la probabilité d'apparition un nombre inférieur à 5?
(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{1}{6}$
- ② Dans l'expérience de lancer une pièce de monnaie régulière trois fois consécutives et d'observer la face supérieure, quel est le nombre d'éléments y a-t-il dans l'espace des éventualités?
(a) 2 (b) 4 (c) 8 (d) 16
- ③ Une boule a été tirée au hasard d'une boîte contenant 35 boules identiques dont 7 boules sont blanches et le reste est rouge et noir, quelle est la probabilité que la boule tirée ne soit pas blanche?
(a) $\frac{1}{35}$ (b) $\frac{1}{5}$ (c) $\frac{4}{5}$ (d) $\frac{34}{35}$
- ④ Une carte portant une lettre du mot (Nourhan) a été tirée au hasard, quelle est la probabilité que cette lettre soit (N)?
(a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{2}{5}$ (d) $\frac{2}{3}$

► Complète ce qui suit avec la bonne réponse:

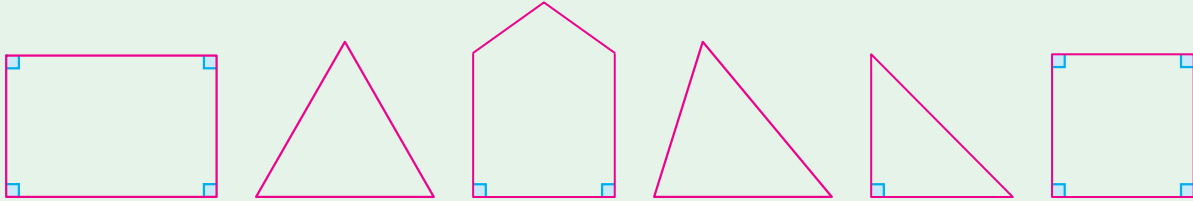
- ⑤ Lorsqu'une carte est tirée au hasard parmi un ensemble de cartes identiques numérotées de 25 à 34, l'événement d'apparition d'un nombre divisible par 3 sur la carte tirée est
- ⑥ Une boîte contient 48 oranges dont 6 oranges abîmées, si une orange est tirée au hasard de la boîte, la probabilité que cette orange ne soit pas abîmée =
- ⑦ Un cube a été conçu de manière à avoir deux faces portant le chiffre 2, deux faces portant le chiffre 4 et deux faces portant le chiffre 6. Le cube est lancé une fois et le nombre apparu sur la face supérieure est observé, la probabilité que le nombre apparu sur la face supérieure soit un nombre premier est
- ⑧ Lorsqu'un dé régulier est lancé deux fois consécutivement et le nombre apparu sur la face supérieure est observé, donc l'événement de la somme des deux nombres soit 5 est

► Réponds aux questions suivantes:

- ⑨ Un sac contient 40 billes identiques, si Hani tire une bille au hasard et il la trouve rouge, et que la probabilité de tirer une bille rouge est égale à $\frac{3}{5}$, trouve le nombre de billes rouges dans le sac.
- ⑩ Khaled a un jeu de roulette divisé en 8 sections égales, comme indiqué dans la figure ci-contre. Lorsque la roulette tourne, l'indicateur tombe aléatoirement sur l'une des sections. Trouve chacun de ce qui suit:
 - ① La probabilité que l'indicateur tombe sur un nombre supérieur ou égal à 4.
 - ② La probabilité que l'indicateur tombe sur un nombre divisible par 6.
- ⑪ À partir de l'ensemble de chiffres {3; 4; 5}, forme un nombre à deux chiffres, puis trouve la probabilité de chacun des événements suivants:
 - ① A événement que le chiffre des unités soit impair.
 - ② B événement que la somme des deux chiffres soit 8.



12 Lors du tirage d'une carte au hasard parmi 6 cartes identiques portant les polygones suivants:



Trouve la probabilité que la carte porte:

- ① un triangle.
- ② un polygone qui n'est pas quadrilatéral.
- ③ un polygone ayant plus de trois côtés.
- ④ un polygone ayant plus d'un angle droit.
- ⑤ un polygone pentagonal.

Activité de la quatrième unité

Qui est le gagnant potentiel?

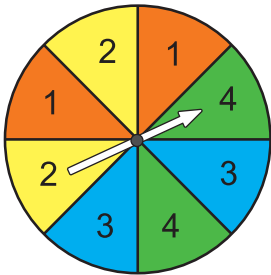
► Objectif de l'activité:

Développer une meilleure compréhension chez les élèves des concepts de probabilité théorique et de probabilité expérimentale, de manière pratique à travers un jeu de la roue tournante.

► Étapes de mise en œuvre:

En collaboration avec (3) de tes camarades, exécute les étapes du jeu suivant et complète le tableau suivant pour essayer de déterminer le gagnant du jeu:

Le joueur	Le résultat de la roue tournante			
	Joueur (1)	Joueur (2)	Joueur (3)	Joueur (4)
Joueur (1)				
Joueur (2)				
Joueur (3)				
Joueur (4)				
Le total				



- ① Chaque participant fait tourner la roue tournante (5 fois) et détermine le numéro du joueur sur lequel l'indicateur s'arrête.
- ② Utilise les marques répétitives pour enregistrer le résultat pour le numéro du joueur obtenu à chaque essai.
- ③ En collaboration avec tes camarades, réponds aux questions suivantes:

- Quel est le nombre total d'essais qui ont été effectués?

- Quel type de probabilité représente ce jeu?

La probabilité théorique La probabilité expérimentale

- Quelle est la probabilité que l'indicateur s'arrête sur le numéro de chaque joueur en fonction des résultats enregistrés dans le tableau?
- ④ Selon la forme de la roue tournante et les résultats enregistrés dans le tableau, les quatre membres de l'équipe avaient-ils des chances égales de gagner? Oui ☐ Non ☐

La justification:

Évaluation finale

Évalue ta compréhension !

Quel est ton niveau de compréhension des sujets de la première année préparatoire?

☐☐☐☐

Coche la case appropriée.

Le premier groupe

► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

- ① Dans une expérience de lancer une pièce de monnaie régulière deux fois de suite, quel est le nombre d'apparitions d'une face au moins?
(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4
- ② $\frac{1}{4}$ Le nombre 4^8 est
(a) 4^2 (b) 4^4 (c) 4^6 (d) 4^7
- ③ Un trapèze avec une hauteur de 5,4 cm et des longueurs de ses deux bases parallèles de 8 cm et 10 cm, a une aire de centimètres carrés.
(a) 48,6 (b) 54 (c) 97,2 (d) 432
- ④ Si $7,5 \times 10^n = 0,000075$, quelle est la valeur de n ?
(a) -5 (b) -4 (c) 4 (d) 5
- ⑤ $(X^3 + X^2 + X) : X = \dots\dots\dots$
(a) $X^3 + X^2$ (b) $X^2 + X$ (c) $X^2 + X + 1$ (d) zéro
- ⑥ Quelle est l'image du point (3 ; 4) par la translation $(X ; Y) \rightarrow (X - 4 ; Y - 2)$?
(a) (2 ; 1) (b) (1 ; -2) (c) (-1 ; 2) (d) (-1 ; -2)
- ⑦ Si $X^3 + 124 = -1$, quelle est la valeur de X ?
(a) -5 (b) -4 (c) 4 (d) 5
- ⑧ Quelle est l'image du point (-2 ; 4) par la symétrie dans l'axe des X ?
(a) (-2 ; -4) (b) (2 ; 4) (c) (-4 ; 2) (d) (4 ; 2)
- ⑨ Un losange avec des longueurs de ses deux diagonales de 10 cm et 15 cm, a une aire de centimètres carrés.
(a) 37,5 (b) 75 (c) 150 (d) 300

Le deuxième groupe

► Réponds aux questions suivantes:

- ① Dessine un segment de droite de 4,5 cm de longueur, puis bisecte-le à l'aide d'une règle et d'un compas.
- ② Réduis à la forme la plus simple: $(\frac{14}{15})^0 - \sqrt{\frac{9}{25}} + \sqrt[3]{\frac{64}{125}}$
- ③ Si le quotient du polynôme: $(X^3 - 25X)$ par $(X + 5)$ est $X^2 + aX$, quelle est la valeur de a ?
- ④ Réduis à la forme la plus simple le polynôme: $(4n - 3)^2 - (4n - 3)(4n + 3)$, puis trouve la valeur numérique de ce polynôme lorsque $n = -1$.
- ⑤ Trace sur un repère le rectangle $ABCD$ où $A(1 ; 1)$, $B(3 ; 1)$, $C(3 ; 6)$ et $D(1 ; 6)$, puis trouve son image par la rotation $R(O ; 90^\circ)$.
- ⑥ Quelle est l'ensemble des solutions de l'inéquation $3X - 2 \leq 4$ dans N ?
- ⑦ Dans une expérience de lancer un dé régulier, quelle est la probabilité d'obtenir:
(a) un nombre supérieur à 2? (b) un nombre premier inférieur à 4?

Mathématiques

La première préparatoire

Le deuxième semestre

2025 - 2026

Révisé par

M/ Akram Fawzy

M/ Rachad Farag

Conseiller en mathématiques

Mme/ Manal Azkoul

Sous la Surveillance de :

Dr. Akram Hassan Mohamed

Chef d'administration générale

Pour le développement du Curriculum

Et des programmes

رقم الكتاب	عدد الصفحات بالغلاف	المقاس	وزن المتن	ألوان المتن	وزن الغلاف	ألوان الغلاف
10/1/22/15/61/1116	100	19 × 27 سم	80 جم ابيض	4 لون	200 جم كوشيه	4 لون

جميع حقوق الطبع محفوظة لوزارة التربية والتعليم والتعليم الفني
داخل جمهورية مصر العربية

